LƯ SĨ PHÁP
Giáo Viên Trường THPT Tuy Phong

HÌNH HỌC 11



CHƯƠNG I

PHÉP DỜI HÌNH
VÀ
PHÉP ĐỒNG DẠNG
TRONG MẶT PHẲNG

0939989966 - 0916620899

LỜI NÓI ĐẦU

Quý đọc giả, quý thầy cô và các em học sinh thân mến!

Nhằm giúp các em học sinh có tài liệu tự học môn Toán, tôi biên soạn cuốn giải toán trọng tâm **HÌNH HỌC 11**.

Nội dung của cuốn tài liệu bám sát chương trình chuẩn và chương trình nâng cao về môn Toán đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định.

Nội dung gồm 4 phần
Phần 1. Kiến thức cần nắm
Phần 2. Dạng bài tập có hướng dẫn giải và bài tập đề nghị
Phần 3. Phần trắc nghiệm có đáp án.
Phần 4. Một số đề ôn kiểm tra

Cuốn tài liệu được xây dựng sẽ còn có những khiếm khuyết. Rất mong nhận được sự góp ý, đóng góp của quý đồng nghiệp và các em học sinh.

Mọi góp ý xin gọi về số 0939989966 – 0916620899
Email: lsp02071980@gmail.com

Chân thành cảm ơn.

Lư Sĩ Pháp
Gv_Trường THPT Tuy Phong

MỤC LỤC

CHƯƠNG I. PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẲNG

CHƯƠNG I
PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẲNG

---o0o---

§1. PHÉP BIẾN HÌNH

KIẾN THỨC CẦN NẮM

- Quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó được gọi là phép biến hình trong mặt phẳng.
- Ta thường kí hiệu phép biến hình là *F* và viết *F*(*M*) = *M'* hay *M'* = *F*(*M*), khi đó *M'* gọi là ảnh của điểm *M* qua phép biến hình *F*.
- Phép biến hình biến mỗi điểm của mặt phẳng thành chính nó được gọi là phép đồng nhất.
- Nếu *H* là một hình nào đó trong mặt phẳng thì ta kí hiệu *H'* = *F*(*H*) là tập các điểm *M'* = *F*(*M*), với mọi điểm *M* thuộc *H*. Khi đó ta nói *F* biến hình *H* thành *H'* hay *H'* là ảnh của *H* qua phép biến hình *F*.
- Để chứng minh hình *H'* là ảnh của hình *H* qua phép biến hình *F*, ta có thể chứng minh: Với điểm *M* tuỳ ý $M \in H \Leftrightarrow M' = F(M') \in H'$
- Với mỗi điểm *M*, ta xác định điểm *M'* trùng với *M* thì ta cũng được một phép biến hình. Phép biến hình đó gọi là phép đồng nhất.

§2. PHÉP TỊNH TIẾN VÀ PHÉP DỜI HÌNH

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I. <u>Phép tịnh tiến</u>

1. <u>Định nghĩa phép tinh tiến</u>

- Trong mặt phẳng cho vectơ $\vec{v}$. Phép biến hình biến mỗi điểm *M* thành điểm *M'* sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ được gọi là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.
- Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ thường được kí hiệu là $T_{\vec{v}}$. Như vậy $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$
- Phép tịnh tiến theo vectơ_không được gọi là phép đồng nhất.

2. <u>Biểu thức toạ độ của phép tịnh tiến</u>

- Trong mặt phẳng toạ độ O*xy*, cho điểm $M(x;y); \vec{v} = (a;b)$. Gọi $M' = T_{\vec{v}}(M) = (x';y')$.
- Khi đó $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$ gọi là biểu thức toạ độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.
- Vận dụng: $M'(x';y') = M(x;y) + \vec{v}(a;b)$

3. <u>Các tính chất của phép tịnh tiến</u>

Phép tịnh tiến:
- Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì;
- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ ba điểm đó;
- Biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho;
- Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn thẳng đã cho;
- Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho;
- Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính;
- Biến góc thành góc bằng góc đã cho.

II<u>. Phép dời hình</u>

1. <u>Định nghĩa</u>

- Phép dời hình là một phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì
- Các phép tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay đều là những phép dời hình
- Nếu thực hiện liên tiếp hai phép dời hình, ta được một phép dời hình.

2. Tính chất
   Phép dời hình
- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toan thứ tự ba điểm ấy;
- Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó;
- Biến một tam giác thành tam giác bằng đã cho, biến một góc thành góc bằng góc đã cho;
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Tích của hai phép biến hình
   Cho hai phép biến hình *F* và *G*, giả sử *M* là một điểm bất kì, phép biến hình *F*(*M*) = *M'* và phép biến hình *G*(*M'*) = *M''*. Khi đó phép biến hình biến điểm *M* thành điểm *M''* được gọi là hợp thành của phép *F* và *G*, kí hiệu $F \circ G$

B. BÀI TẬP

Bài 2.1. Cho hai đường thẳng song song a và a'. Tìm tất cả những phép tịnh tiến biến a thành a'.

HD Giải

Lấy điểm *A* trên a thì với mỗi điểm *A'* trên a', phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AA'}$ biến a thành a'. Đó là tất cả những phép tịnh tiến cần tìm.

Bài 2.2. Cho hai phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ và $T_{\vec{v}}$. Với điểm *M* bất kì, $T_{\vec{u}}$ biến điểm *M* thành *M'*, $T_{\vec{v}}$ biến điểm *M'* thành *M''*. Chứng tỏ rằng phép biến hình biến điểm *M* thành *M''* là một phép tịnh tiến.

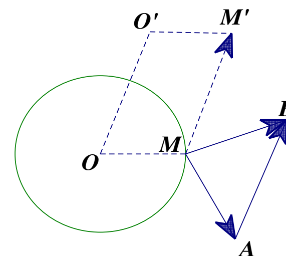
HD Giải

Ta có $\overrightarrow{MM''} = \overrightarrow{MM'} + \overrightarrow{M'M''} = \vec{u} + \vec{v}$ nên phép biến điểm *M* thành *M''* là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} + \vec{v}$

Bài 2.3. Cho đường tròn (*O*) và hai điểm *A, B*. Một điểm *M* thay đổi trên đường tròn (*O*). Tìm quỹ tích điểm *M'* sao cho $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MM'}$.

HD Giải

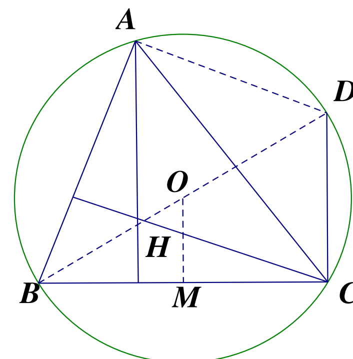
Ta gọi *O* và *R* là tâm và bán kính của đường tròn (*O*), Ta có $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AB}$ nên phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$ biến điểm *M* thành *M'*. Điểm *M* chạy trên đường tròn (*O*) thì quỹ tích của điểm *M'* là đường tròn (*O'*) có tâm *O'* và bán kính *R* là ảnh của đường tròn (*O*) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$.



Bài 2.4. Cho hai điểm *B* và *C* cố định trên đường tròn (O) tâm *O*, điểm *A* di động trên đường tròn (*O*). Chứng minh rằng khi *A* di động trên đường tròn (*O*) thì trực tâm của tam giác *ABC* di động trên một đường tròn.

HD Giải

Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC* và *M* là trung điểm của *BC*. Tia *OB* cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* tại *D*. Vì $\widehat{BCD} = 90^0$ nên *DC* // *AH*, tương tự ta có *AD* // *CH*
Do đó tứ giác *ADCH* là hình bình hành . Từ đó suy ra $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{OM}$. Ta thấy rằng $\overrightarrow{OM}$ không đổi, nên *H* là ảnh của *A* qua phép tịnh tiến theo vectơ $2\overrightarrow{OM}$.
Do vậy khi điểm *A* di động trên đường tròn (*O*) thì *H* di động trên đường tròn (*O'*) là ảnh của (*O*) qua phép tịnh tiến theo vectơ $2\overrightarrow{OM}$.



Bài 2.5. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $\vec{v}(-2;3)$ và đường thẳng *d* có phương trình $3x - 5y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng *d'* là ảnh của *d* qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

HD Giải

Cách 1.

Gọi $M(x;y)\in d, M' = T_{\vec{v}}(M) = (x';y')$. Khi đó $\begin{cases} x' = x-2 \\ y' = y+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x'+2 \\ y = y'-3 \end{cases}$

Ta có $M\in d \Leftrightarrow 3(x'+2)-5(y'-3)+3=0 \Leftrightarrow 3x'-5y'+24=0 \Leftrightarrow M'\in d'$

Vậy $d': 3x-5y+24=0$

Cách 2.

Lấy một điểm thuộc *d*, chẳng hạn *M*(-1; 0). Khi đó $M' = T_{\vec{v}}(M) = (-3;3)$ thuộc *d'*.

Vì *d'* song song hoặc trung với *d* nên *d'*: 3*x* – 5*y* + *c* = 0.

Do $M'\in d'$ nên 3(-3) – 5.3 + *c* = 0 suy ra *c* = 24. Vậy $d': 3x-5y+24=0$

Cách 3.

Ta cũng có thể lấy hai điểm phân biệt *M, N* trên *d*, tìm toạ độ các ảnh *M'*, *N'* tương ứng của chúng qua $T_{\vec{v}}$. Khi đó *d'* là đường thẳng *M'N'*

Bài 2.6.

Trong mặt phẳng O*xy*, cho đường tròn (*C*) có phương trình $x^2+y^2-2x+4y-4=0$. Tìm ảnh của (*C*) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}(-2;3)$.

HD Giải

Cách 1.

Phương trình đường tròn (*C*) có tâm *I*(1; -2), bán kính *R* = 3. Gọi $I' = T_{\vec{v}}(I) = (-1;1)$ và (*C'*) là ảnh của (*C*) qua $T_{\vec{v}}$ thì (*C'*) là đường tròn tâm *I'*, bàn kính *R* = 3. Do đó (*C'*): $(x+1)^2+(y-1)^2=9$

Cách 2.

Gọi *I*(x; y) là tâm của đường tròn (*C*) và $I' = T_{\vec{v}}(I) = (x';y')$. Khi đó biểu thức toạ độ của $T_{\vec{v}}$ là

$\begin{cases} x' = x-2 \\ y' = y+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x'+2 \\ y = y'-3 \end{cases}$ thay vào (*C*), ta được

$(x'+2)^2+(y'-3)^2-2(x'+2)+4(y'-3)-4=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-1)^2=9$

Vậy (*C'*): $(x+1)^2+(y-1)^2=9$

Bài 2.7.

Trong mặt phẳng toạ độ O*xy*, cho điểm *A*(-3;3), *B*(1;3) và đường tròn (*C*) có tâm *I*(3;1), bán kính *R* = 1. Đường thẳng *d*: *x* + *y* – 1 = 0. Tìm trên *d* một điểm *M* và trên (*C*) điểm *M'* sao cho $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$.

HD Giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4;0)$, $T_{\overrightarrow{AB}}: M(x,y) \to M'(x',y')$, nên ta có biểu thức toạ độ theo $T_{\overrightarrow{AB}}$:

$\begin{cases} x' = x+4 \\ y' = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x'-4 \\ y = y' \end{cases}$. $T_{\overrightarrow{AB}}: d \to d'$, phương trình đường thẳng *d': x* + *y* – 5 = 0.

Ta có $M\in d \Rightarrow M'\in d'$ và $M'\in (C)$, nên toạ độ của điểm *M'* là nghiệm của hệ phương trình :

$\begin{cases} x+y-5=0 \\ (x-3)^2+(y-1)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3, y=2 \\ x=4, y=1 \end{array}\right.$

Vậy M_1'(3, 2) thì M_1(-1,2) và M_2'(4,1) thì M_2(0,1).

C. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài 2.8.Trong mặt phẳng toạ độ O*xy*, cho điểm *A*(-3, 3) và *B*(-1, 6).

a) Tìm toạ độ điểm *M'* là ảnh của *M*(4, -5) qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$;

b) Xác định phương trình của đường thẳng *d'* là ảnh của đường thẳng *d*: $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -7 + 3t \end{cases}$ qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$;

c) Xác định phương trình đường tròn (*C'*) là ảnh của đường tròn (*C*): $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$ qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$.

Bài 2.9. Trong mặt phẳng O*xy*, cho vectơ $\vec{u}(-1;2)$, hai điểm *A*(3;5), *B*(-1;1) và đường thẳng *d* có phương trình $x - 2y + 3 = 0$.

a) Tìm toạ độ của các điểm *A', B'* theo thứ tự là ảnh của *A, B* qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$;

b) Tìm toạ độ điểm *C* sao cho *A* là ảnh của *C* qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$;

c) Tìm phương trình của đường thẳng *d'* là ảnh của *d* qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$.

Bài 2.10. Cho đoạn thẳng *AB* và đường tròn (*C*) tâm O, bán kính *R* nằm về một phía đối với đường thẳng *AB*. Lấy điểm *M* trên (*C*), rồi dựng hình bình hành *ABMM'*. Tìm tập hợp các điểm *M'* khi *M* di động trên (*C*)

Bài 2.11. Cho hình bình hành *ABCD*. Dựng ảnh của tam giác *ABC* qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AD}$.

Bài 2.12. Cho tam giác *ABC* có *G* là trọng tâm. Xác định ảnh của tam giác *ABC* qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AG}$. Xác định điểm *D* sao cho phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AG}$ biến *D* thành *A*.

§3. PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Định nghĩa

Phép đối xứng qua đường thẳng d là phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' đối xứng với M qua d.

- Kí hiệu: $Đ_d$ (Đường thẳng d gọi là trục đối xứng)
- Nếu $M \in d$ thì $Đ_d(M) = M' \equiv M$
- Nếu $M' \notin d$ thì d là đường trung trực của đoạn MM'. Như vậy $M' = Đ_d(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M'} = -\overrightarrow{M_0M}$, với M_0 là hình chiếu của M trên d
- $M' = Đ_d(M) \Leftrightarrow M = Đ_d(M')$

2. Trục đối xứng của một hình

Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hình H nều $Đ_d$ biến H thành chính nó. Khi đó H được gọi là hình có trục đối xứng.

3. Biểu thức toạ độ

Trong mặt phẳng hệ trục toạ độ vuông góc Oxy, với mỗi điểm $M(x; y)$.
Gọi $M' = Đ_d(M) = (x'; y')$

- Nếu chọn d là trục Ox nghĩa là $Đ_{Ox}(M) = M'$ khi đó ta có: $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$
- Nếu chọn d là trục Oy nghĩa $Đ_{Oy}(M) = M'$ khi đó ta có: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$
- Nếu chọn d là đường thẳng có phương trình $Ax + By + C = 0$ với $A^2 + B^2 \neq 0$.

$Đ_d(M) = M'$, khi đó ta có $\begin{cases} x' = x - \dfrac{2A(Ax + By + C)}{A^2 + B^2} \\ y' = y - \dfrac{2B(Ax + By + C)}{A^2 + B^2} \end{cases}$

4. Tính chất

Phép đối xứng trục

- Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì;
- Biến đường thẳng thành đường thẳng;
- Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó;
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó;
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

B. BÀI TẬP

Bài 3.1. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;-2)$ và $B(3;1)$. Tìm ảnh của A, B và đường thẳng AB qua phép đối xứng trục Ox.

HD Giải

Gọi A', B' lần lượt là ảnh của A, B qua phép đối xứng trục Ox, ta có biểu thức toạ độ $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$

Do đó $Đ_{Ox}(A) = A'(1;2)$, $Đ_{Ox}(B) = B'(3;-1)$ và $Đ_{Ox}(AB) = A'B'$: $3x + 2y - 7 = 0$.

Bài 3.2. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $3x - y + 2 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đối xứng trục Oy.

HD Giải

Cách 1. Lấy điểm bất kì $M(x;y) \in d$. Gọi $M' = Đ_d(M) = (x'; y')$. Khi đó $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -x' \\ y = y' \end{cases}$

Ta có $M \in d \Leftrightarrow -3x' - y' + 2 = 0 \Leftrightarrow M'$ thuộc đường thẳng *d'* có phương trình $3x' + y' - 2 = 0$.
Vậy *d'*: $3x + y - 2 = 0$.

Cách 2.
Lấy hai điểm $A(0;2)$ và $B(-1;-1)$ thuộc *d*. Gọi $A' = Đ_d(A) = (0;2)$ và $B' = Đ_d(B) = (1;-1)$
Khi đó $d' = Đ_{Oy}(d)$ thì *d'* qua hai điểm *A'* và *B'*.
Vậy *d'*: $3x + y - 2 = 0$.

Bài 3.3. Trong mặt phẳng O*xy*, cho điểm $M(1;5)$, đường thẳng *d* có phương trình $x - 2y + 4 = 0$ và đường tròn (*C*): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$
a) Tìm ảnh của *M, d* và (*C*) qua phép đối xứng trục O*x*.
b) Tìm ảnh của *M* qua phép đối xứng trục *d*.

HD Giải

a) Gọi *M'*, *d'* và (*C'*) theo thứ tự là ảnh của *M, d* và (*C*) qua phép đối xứng trục O*x*.
Khi đó $M'(1;-5)$. *d'*: $x + 2y + 4 = 0$
Đường tròn (*C*) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R = 3$. Gọi $I' = Đ_{Ox}(I) = (1;2)$. Do đó (*C'*) là đường tròn có tâm *I'* và bán kính bằng 3. Vậy (*C'*): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$

b) ***Cách 1.*** Ta có $M \notin d$. Gọi $M'' = Đ_d(M) = (x'; y')$

Biểu thức toạ độ đối xứng qua trục *d*: $\begin{cases} x' = x - \dfrac{2A(Ax+By+C)}{A^2+B^2} \\ y' = y - \dfrac{2B(Ax+By+C)}{A^2+B^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = 1 - \dfrac{2.1(1-2.5+4)}{1^2+(-2)^2} = 3 \\ y' = 5 - \dfrac{2.(-2)(1-2.5+4)}{1^2+(-2)^2} = 1 \end{cases}$.

Vậy $M''(3;1)$

Cách 2. (Vận dụng ND ĐN)
Ta có $M \notin d$. Gọi d_1 là đường thẳng qua *M* và vuông góc với *d*. Vậy d_1: $2x + y - 7 = 0$

Gọi giao điểm của *d* và d_1 là M_0 có toạ độ thoả mãn hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y + 4 = 0 \\ 2x + y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

Vậy $M_0(2;3)$. Gọi $M'' = Đ_d(M) = (x'; y') \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M''} = -\overrightarrow{M_0M}$. Từ đó suy ra $M''(3; 1)$

Bài 3.4. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ vuông góc O*xy* cho đường thẳng *d*: $2x - y - 3 = 0$.
a) Tìm ảnh điểm *M'* của điểm $M(4; -1)$ qua phép đối xứng trục $Đ_d$.
b) Viết phương trình đường thẳng d_1' là ảnh của d_1: $x - 3y + 11 = 0$ qua phép $Đ_d$.
c) Viết phương trình (*C'*) là ảnh của đường tròn (*C*): $x^2 + y^2 - 10x - 4y + 27 = 0$ qua phép $Đ_d$.

HD Giải

Biểu thức toạ độ của phép đối xứng trục $Đ_d$:

$$\begin{cases} x' = x - \dfrac{4(2x-y-3)}{5} \\ y' = y + \dfrac{2(2x-y-3)}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -\dfrac{3}{5}x + \dfrac{4}{5}y + \dfrac{12}{5} \\ y' = \dfrac{4}{5}x + \dfrac{3}{5}y - \dfrac{6}{5} \end{cases}$$

a) $Đ_d$:$M(4; -1) \rightarrow M'(x'; y')$. Suy ra $M'\left(-\dfrac{4}{5}; \dfrac{7}{5}\right)$

b) Lấy điểm tuỳ ý $M(x;y) \in d_1$. $Đ_d$: $M(x;y) \in d_1 \rightarrow M'(x';y') \in d_1'$ và ngược, nên ta có

$$\begin{cases} x' = -\dfrac{3}{5}x + \dfrac{4}{5}y + \dfrac{12}{5} \\ y' = \dfrac{4}{5}x + \dfrac{3}{5}y - \dfrac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{3}{5}x' + \dfrac{4}{5}y' + \dfrac{12}{5} \\ y = \dfrac{4}{5}x' + \dfrac{3}{5}y' - \dfrac{6}{5} \end{cases}$$

Thay vào d_1 ta có được phương trình đường d_1': $3x + y - 17 = 0$.

c) Phương trình đường tròn (*C*) có tâm $I(5; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$. Do đó $Đ_d$: $I(5; 2) \rightarrow I'(1; 4)$
Khi đó $Đ_d$: $(C) \rightarrow (C')$ có tâm *I'* và bán kính $R = \sqrt{2}$
Vậy (*C'*): $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 2$

Bài 3.5. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ vuông góc Oxy cho điểm $M(3; -5)$, đường thẳng $\Delta: 3x - 2y - 6 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Tìm ảnh của M, đường thẳng Δ và đường tròn (C) qua phép đối xứng trục d:
a) d là trục hoành
b) d là trục tung
c) d là đường thẳng $x - y + 1 = 0$.

HD Giải

a) Khi d là trục hoành, nên biểu thức toạ độ của Đ$_d$: $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$

Đ$_d$:$M \to M'$ nên $M'(3; 5)$
Đ$_d$: $\Delta \to \Delta'$ nên có phương trình: $3x + 2y - 6 = 0$
Đ$_d$: $(C) \to (C')$ nên có phương trình: $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$.

b) Khi d là trục tung, nên biểu thức toạ độ của Đ$_d$: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$

Đ$_d$:$M \to M'$ nên $M'(-3; -5)$
Đ$_d$: $\Delta \to \Delta'$ nên có phương trình: $3x + 2y + 6 = 0$
Đ$_d$: $(C) \to (C')$ nên có phương trình: $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$.

c) Khi d là đường thẳng $x - y + 1 = 0$ nên có biểu thức toạ độ của Đ$_d$: $\begin{cases} x' = y - 1 \\ y' = x + 1 \end{cases}$

Đ$_d$:$M \to M'$ nên $M'(-6; 4)$
Đ$_d$: $\Delta \to \Delta'$ nên có phương trình: $2x - 3y + 11 = 0$
Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 3$. Do đó Đ$_d$:$I \to I'$ nên $I'(-3; 2)$
Đ$_d$: $(C) \to (C')$ có tậm I' và bán kính bằng 3.Vậy (C'): $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$.

Bài 3.6. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ vuông góc Oxy cho hai đường thẳng d_1: $x - 5y + 7 = 0$ và d_2: $5x - y - 13 = 0$. Tìm phép đối xứng trục biến đường thẳng d_1 thành đường thẳng d_2.

HD Giải

Phương trình đường thẳng d_1: $x - 5y + 7 = 0$ và d_2: $5x - y - 13 = 0$. Suy ra d_1 và d_2 cắt nhau nên phép đối xứng trục biến đường thẳng d_1 thành đường thẳng d_2 có trục là đường phân giác của góc tạo bởi d_1 và d_2.
Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi d_1 và d_2 là:

$$\frac{|x-5y+7|}{\sqrt{1+25}} = \frac{|5x-y-13|}{\sqrt{25+1}} \Leftrightarrow \frac{x-5y+7}{\sqrt{26}} = \pm\frac{5x-y-13}{\sqrt{26}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y-5=0 \\ x-y-1=0 \end{array}\right.$$

Khi d có phương trình $x + y - 5 = 0$ ta có biểu thức toạ độ Đ$_d$: $\begin{cases} x' = -y + 5 \\ y' = -x + 5 \end{cases}$

Khi d có phương trình $x - y - 1 = 0$ ta có biểu thức toạ độ Đ$_d$: $\begin{cases} x' = y + 1 \\ y' = x - 1 \end{cases}$

Bài 3.8. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ vuông góc Oxy cho hai đường thẳng d_1: $x + 3y - 6 = 0$ và d_2: $3x + y + 2 = 0$. Tìm phép đối xứng trục biến đường thẳng d_1 thành đường thẳng d_2.

HD Giải

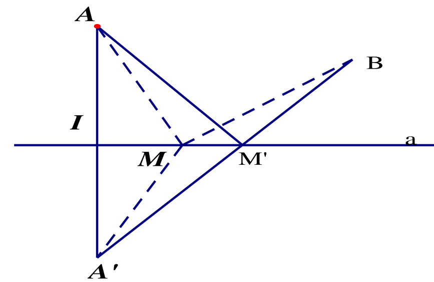
Trục đối xứng biến đường thẳng d_1 thành đường thẳng d_2 là trục d: Đường phân giác của góc tạo bởi d_1 và d_2:

$$\frac{|x+3y-6|}{\sqrt{1+9}} = \frac{|3x+y+2|}{\sqrt{9+1}} \Leftrightarrow \frac{x+3y-6}{\sqrt{10}} = \pm\frac{3x+y+2}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-y+4=0 \\ x+y-1=0 \end{array}\right.$$

Bài 3.9. Cho đường thẳng a và hai điểm A, B. Hãy tìm điểm $M \in a$ sao cho: $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi A và B nằm cùng một phía đối với a.

HD Giải

Gọi *A'* là ảnh của *A* qua phép đối xứng trục $Đ_a$. *M* là điểm bất kì thuộc *a* ta có:
$MA' = MA \Rightarrow MA + MB = MA' + MB \geq A'B$ Do đó *MA* + *MB* đạt giá trị nhỏ nhất khi bằng *A'B*
Điều này xảy ra ki và chỉ khi *A', M, B* thẳng hàng nghĩa là *M* là giao điểm của *A'B* với *a*.
Vậy: *MA* + *MB* đạt giá trị nhỏ nhất khi *M* trùng với *M'* là giao điểm của *A'B* và đường thẳng *a*.



Bài 3.10. Trong mặt phẳng hệ trụa toạ độ O*xy*, cho hai điểm *A*(1; 2) và *B*(3; 4), Tìm điểm *M* trên trục hoành sao cho *MA* + *MB* bé nhất.

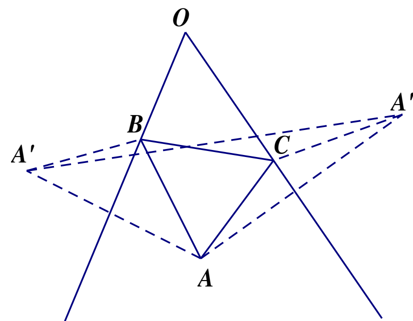
HD Giải

Ta có $y_A.y_B > 0$ nên *A*, *B* nằm cùng phía đối với O*x*.
Gọi *A'* là ảnh của *A* qua phép đối xứng trục O*x* và *M*(*x*; 0). Suy ra *A'*(1; -2)
Ta có *MA* + *MB* = *MA'* + *MB* $\geq A'B$
Vậy (*MA* + *MB*) nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ (*MA'* + *MB*) nhỏ nhất $\Leftrightarrow MA' + MB = A'B$
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi *A'*, *M*, *B* thẳng hàng. (1)
Ta lại có: $\overrightarrow{A'B} = (2;6), \overrightarrow{A'M} = (x-1;2)$
Do (1) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{A'B}$ cùng phương $\overrightarrow{A'M}$ $\Leftrightarrow 2.2 - 6(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$. Vậy $M\left(\frac{5}{3};0\right)$

Bài 3.11. Cho góc nhọn *x*O*y* và một điểm *A* nằm trong góc đó. Hãy xác định điểm *B* trên O*x* và điểm *C* trên O*y* sao cho tam giác *ABC* có chu vi nhỏ nhất.

HD Giải

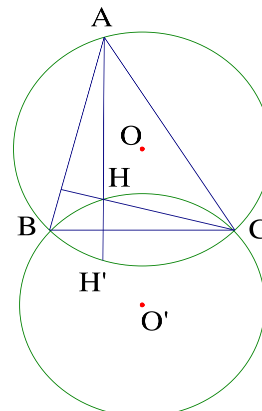
Xét tam giác bất kì *ABC* có *B* và *C* lần lượt nằm trên hai tia O*x* và O*y*. Gọi *A'* và *A''*là các điểm đối xứng của *A* qua các đường thẳng O*x*, O*y*. Gọi 2p là chu vi của tam giác *ABC*
Ta có
$2p = AB + BC + CA = A'B + BC + CA'' \geq A'A''$.
Dấu bằng xảy ra khi bốn điểm *A'*, *B*, *C*, *A''* thẳng hàng.
Suy ra chu vi của tam giác *ABC* bé nhất phải lấy *B* và *C* lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng *A'A''* với hai tia O*x*, O*y*.(các giao điểm này tồn được vì góc *x*O*y* nhọn)



Bài 3.12.
Cho hai điểm *B* và *C* cố định trên đường tròn (*O*) tâm *O*, điểm *A* di động trên đường tròn (*O*). Chứng minh rằng khi *A* di động trên đường tròn (*O*) thì trực tâm của tam giác *ABC* di động trên một đường tròn.

HD Giải

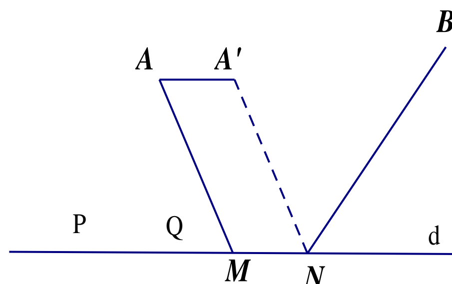
Gọi I, H' theo thứ tự là giao của tia AH với BC và đường tròn (O). Ta có
$\widehat{BAH} = \widehat{HCB}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc)
$\widehat{BAH} = \widehat{BCH'}$ (cùng chắn một cung)
Vậy tam giác CHH' cân tại C, suy ra H đối xứng với H' qua đường thẳng BC.
Khi A chạy trên đường tròn (O) thì H' cũng chạy trên đường tròn (O). Do đó H phải chạy trên đường tròn (O') là ảnh của (O) qua phép đối xứng qua đường thẳng BC.



Bài 3.13.
Cho đường thẳng *d* qua hai điểm phân biệt *P*, *Q* và hai điểm *A*, *B* nằm cùng phía đối với *d*. Hãy xác định trên d hai điểm *M* và *N* sao cho $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$ và *AM* + *BN* bé nhất.

HD Giải

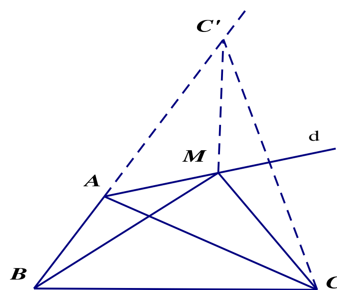
Giả sử hai điểm M và N nằm trên d sao cho $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$. Lấy điểm *A'* sao cho $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{PQ}$ thì *A'* hoàn toàn xác định và *AMNA'* là hình bình hành nên *AM* = *A'N*
Vậy *AM* + *BN* = *A'N* + *AN*, như thế bài toán trở về bài 3.9.
Khi điểm N xác định được thì điểm *M* cũng xác định được với điều kiện $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$



Bài 3.14. Cho tam giác *ABC*. Gọi *d* là đường phân giác ngoài tại đỉnh *A* của tam giác *ABC* và *M* là một điểm bất kì thuộc *d*. Chứng minh rằng tam giác *MBC* có chu vi không nhỏ hơn chu vi tam giác *ABC*.

HD Giải

Gọi *C'* là ảnh của C đối xứng qua trục *d*. Khi đó hiển nhiên *A* nằm giữa *B* và *C'*.
Với mọi $M \in d$, ta có *MC* = *MC'* và
$MB + MC = MB + MC' \geq BC'$
Mà $BC' = AB + AC' = AB + AC$
Vậy $MB + MC + BC \geq AB + AC + BC$. Điều này chứng tỏ rằng, tam giác *ABC* có chu vi nhỏ nhất.



C. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài 2.15. Trong mặt phẳng O*xy*, cho các đường tròn (C_1) và (C_2) lần lượt có phương trình:
(C_1): $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 1 = 0$; ($C_2$): $x^2 + y^2 + 10y - 5 = 0$. Viết phương trình ảnh của mỗi đường tròn trên qua phép đối xứng trục O*y*.

Bài 2.16. Cho hai đường thẳng *c*, *d* và hai điểm *A*, *B* không thuộc hai đường thẳng đó. Hãy dựng điểm *C* trên *c*, điểm *D* trên *d* sao cho tứ giác *ABCD* là hình thang cân nhận *AB* là một cạnh đáy (không cần biện luận)

§4. PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Định nghĩa

- Cho điểm *I*. Phép biến hình biến điểm *I* thành chính nó, biến mỗi điểm *M* khác *I* thành *M'* sao cho *I* là trung điểm của *MM'* được gọi là phép đối xứng tâm *I*.
- Kí hiệu : $Đ_I$
- Từ định nghĩa suy ra: $Đ_I(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$
- Từ đó suy ra:
  - Nếu $M \equiv I$ thì $M' \equiv I$
  - Nếu *M* không trùng với *I* thì $Đ_I(M) = M' \Leftrightarrow I$ là trung điểm của *MM'*
  - $Đ_I(M) = M' \Leftrightarrow Đ_I(M') = M$

2. Tâm đối xứng của một hình

Điểm *I* được gọi là tâm đối xứng của hình *H* nếu phép đối xứng tâm *I* biến hình *H* thành chính nó. Khi đó *H* được gọi là hình có tâm đối xứng.

3. Biểu thức toạ độ

Trong mặt phẳng O*xy*, Cho điểm *I* = (*a; b*). Gọi *M* = (*x;y*) và *M'* = $Đ_I(M)$ = (*x'; y'*)

Trường hợp 1: Khi tâm đối xứng *I* trùng với gốc toạ độ *O*(0; 0)

$Đ_O : M(x,y) \to M'(x',y')$ khi đó : $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$

Trường hợp 2: Khi tâm đối xứng $I(a,b)$

$Đ_I : M(x,y) \to M'(x',y')$ khi đó : $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$

4. Các tính chất

Phép đối xứng tâm

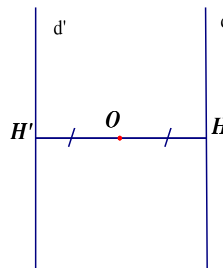
- Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì;
- Biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho;
- Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn thẳng đã cho;
- Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho;
- Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

B. BÀI TẬP

Bài 4.1. Giả sử phép đối xứng tâm $Đ_O$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d'. Chứng minh
a) Nếu d không đi qua tâm đối xứng O thì d' song song với d, O cách đều d và d'
b) Hai đường thẳng d và d' trùng nhau khi và chỉ khi d đi qua O.

HD Giải

a) Kẻ $OH \perp d$ $(H \in d)$ thì vì d không đi qua O nên H không trùng với O. Phép $Đ_O(H)$ = H' thì O là trung điểm của HH' và biến đường thẳng d thành đường thẳng d' vuông góc với OH' tại H'. Suy ra d và d' song song, cách đều điểm O.



b) Nếu d không qua O thì theo câu a), d' // d nên d' không trùng d. Nếu d đi qua O thì mọi điểm $M \in d$ biến thành $M' \in d$. Vậy d' trùng với d.

Bài 4.2. Chỉ ra tâm đối xứng của các hình sau dây:
a) Hình gồm hai đường thẳng cắt nhau

b) Hình gồm hai đường thẳng song song
c) Hình gồm hai đường tròn bằng nhau
d) Đường elip
e) Đường hypebol

HD Giải

a) Tâm đối xứng là giao điểm của hai đường thẳng.
b) Tâm đối xứng là những điểm cách đều hai đường thẳng
c) Tâm đối xứng là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tâm đường tròn
d) Tâm đối xứng là trung điểm nối hai tiêu điểm của elip.
e) Tâm đối xứng là trung điểm nối hai tiêu điểm của hypebol.

Bài 4.3. Trong mặt phẳng O*xy*, cho điểm *A*(-1; 3) và đường thẳng *d* có phương trình $x - 2y + 3 = 0$. Tìm ảnh của *A* và *d* qua phép đối xứng tâm O.

HD Giải

Gọi $A' = Đ_O(A) = (x'; y')$. Theo biểu thức toạ độ, ta có $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$. Vậy *A*'(1; -3)

Gọi d' = $Đ_O$(d)
Cách 1. Lấy một điểm tuỳ ý $M(x;y) \in d$. Khi đó ta có $M' = Đ_O(M) = (x'; y')$, nên thay $x = -x'$, $y = -y'$ vào phương trình của *d*. Ta có ảnh của *d* qua phép đối xứng tâm O là *d'*: $x - 2y - 3 = 0$.
Cách 2. Lấy điểm $B(-3;0) \in d$. Khi đó $B' = Đ_O(B) = (3;0)$ thuộc *d'*
d' là ảnh của d qua phép đối xứng tâm O nên d' song song hoặc trùng với d. Do đó d': x – 2y + c = 0
$B' \in d'$ suy ra c = - 3. Vậy d': x – 2y – 3 = 0.
Cách 3. Lấy hai điểm phân biệt *M*, *N* thuộc *d* và xác định ảnh của nó qua phép đối xứng tâm O, khi đó đường thẳng *d'* qua hai điểm *M'* và *N'*.

Bài 4.4. Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ vuông góc O*xy*, cho hai điểm *I*(1; 2), *M*(-2; 3), đường thẳng *d* có phương trình $3x - y + 9 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$. Hãy xác định toạ độ điểm *M'*, phương trình đường thẳng d' và đường tròn (C') theo thứ tự là ảnh của *M*, *d*, (C) qua:
a) Phép đối xứng qua gốc toạ độ
b) Phép đối xứng qua tâm I

HD Giải

a) Gọi *M'*, *d'*, (C') theo thứ tự là ảnh của *M*, *d* và (C) qua phép đối xứng qua O. Dùng biểu thức toạ độ của phép đối xứng qua gốc toạ độ O ta có:
M'(2; -3), phương trình của *d'*: $3x - y - 9 = 0$, phương trình đường tròn (C'): $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$
b) Gọi *M'*, *d'*, (C') theo thứ tự là ảnh của *M, d* và (C) qua phép đối xứng tâm *I*. Dùng biểu thức toạ độ của phép đối xứng qua tâm *I* ta có: *M'*(4; 1)
Vì *d'* song song với *d* nên d': $3x - y + c = 0$, lấy điểm *N*(0; 9) thuộc *d*. Khi đó ảnh của *N* qua phép đối xứng tâm *I* là *N'*(2; -5) thuộc *d'*. Từ đó suy ra $c = -11$
Vậy d': $3x - y - 11 = 0$.
Đường tròn (C) có tâm *J*(-1; 3) và bán kính R = 2. Ảnh *J* qua phép đối xứng tâm *I* là *J'*(3; 1). Vậy phương trình (C'): $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$

Bài 4.5. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình x – 2y + 2 = 0 và d' có phương trình x – 2y – 8 = 0. Tìm phép đối xứng tâm biến d thành d' và biến trục Ox thành chính nó.

HD Giải

Giao điểm của d và d' với Ox là A(-2; 0) và A'(8; 0). Gọi I(a; b) là tâm của phép đối xứng

Ta có $Đ_I : A(x,y) \to A'(x',y')$ khi đó : $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = 2a + 2 \\ 0 = 2b + 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases}$

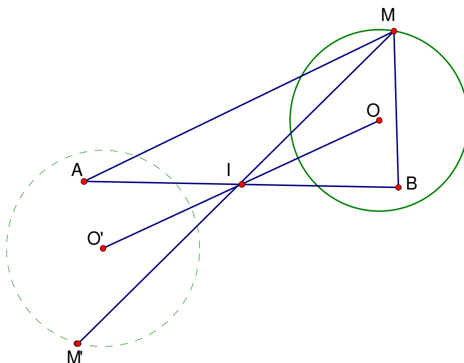
Vậy phép đối xứng qua tâm I(3; 0) là phép cần tìm.

Bài 4.6. Cho đường tròn (O,R) và hai điểm A, B cố định. Với mỗi điểm M, ta xác định điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$. Tìm quỹ tích điểm M' khi M chạy trên (O,R).

HD Giải

Gọi I là trung điểm của AB thì I cố định và $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

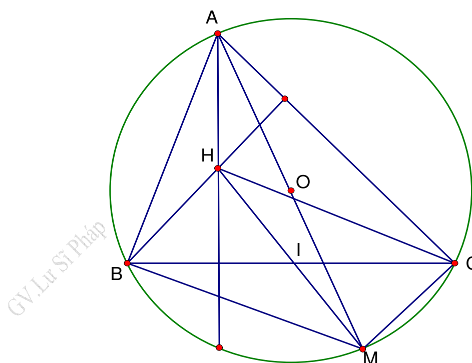
Bởi vậy, $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MI}$ nghĩa là I là trung điểm của MM' hay $Đ_I(M) = M'$
Vậy khi M chạy trên đường tròn (O,R) thì quỹ tích M' là ảnh của đường tròn đó qua $Đ_I$
Nếu ta gọi O' điểm đối cứng của O qua điểm I thì quỹ tích của M' là đường tròn (O',R).



Bài 4.7. Cho hai điểm B, C cố định trên đường tròn (O, R) và một điểm A thay đổi trên đường tròn đó. Hãy dùng phép đối xứng tâm để chứng minh rằng trực tâm H của tam giác ABC nằm trên một đường tròn cố định.

HD Giải

Ta vẽ đường kính AM của đường tròn. Khi đó BH // MC (vì cùng vuông góc với AC), và CH // BM (vì cùng vuông góc với AB) hay BHCM là hình bình hành
Nếu gọi I là trung điểm của BC thì I cũng là trung điểm của MH.
Vậy phép đối xứng qua điểm I biến M thành H
Khi A chạy trên (O, R) thì M chạy trên đường tròn (O; R). Do đó, H nằm trên đường tròn là ảnh của đường tròn (O, R) qua phép đối xứng tâm I.



C. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài 4.8. Trong các hình tam giác đều, hình bình hành, ngũ giác đều, lục gíc đều, hình nào có tâm đối xứng ?
Bài 4.9. Tìm một hình có vô số tâm đối xứng
Bài 4.10. Cho tứ giác ABCD. Dựng ảnh của tam giác ABC qua phép đối xứng tâm D.
Bài 4.11. Chứng minh rằng trong phép đối xứng tâm I nếu điểm M biến thành chính nó thì M phải trùng với I.
Bài 4.12. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm I(2; -3) và đường thẳng d có phương trình 3x + 2y – 1 = 0. Tìm toạ độ điểm I' và phương trình của đường thẳng d' lần lượt là ảnh của I và đường thẳng d qua phép đối xứng tâm O.
Bài 4.13. Cho đường tròn (O;R), đường thẳng Δ và điểm I. Tìm điểm A trên (O;R) và điểm B trên Δ sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

§5. PHÉP QUAY

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Định nghĩa

- Trong mặt cho một điểm O cố định và góc lượng giác φ không đổi. Phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến điểm M khác O thành điểm M' sao cho OM = OM' và góc lượng $(OM, OM') = \varphi$ được gọi là phép quay tâm O góc quay φ.
- Điểm O gọi là tâm quay, φ gọi là góc quay.
- Kí hiệu: $Q_{(O,\varphi)}$ hoặc Q_0^{φ}
- Chiều dương của phép quay $Q_{(O,\varphi)}$ theo chiều dương của đường tròn lượng giác. Ngược lại là chiều âm và còn kí hiệu $Q_{(O,-\varphi)}$

Nhận xét:

- Phép quay tâm O, góc quay $\varphi = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ chính là phép đối xứng tâm O
- Phép quay tâm O, góc quay $\varphi = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$, chính là phép đồng nhất.

2. Tính chất

Phép quay

- Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì;
- Biến một đường thẳng thành đường thẳng;
- Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn thẳng đã cho;
- Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho;
- Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính;

Chú ý: Giả sử phép quay tâm I góc quay φ biến đường thẳng d thành d'. Khi đó:

- Nếu $0 < \varphi \le \dfrac{\pi}{2}$ thì góc giữa d và d' bằng φ
- Nếu $\dfrac{\pi}{2} < \varphi < \pi$ thì góc giữa d và d' bằng $\pi - \varphi$

3. Biểu thức toạ độ của phép quay.

Trong mặt phẳng với hệ toạ độ vuông góc Oxy, xét phép quay $Q_{(I,\varphi)}$

Trường hợp 1: Khi tâm quay I trùng với gốc toạ độ O:

$Q_{(O,\varphi)} : M(x,y) \to M'(x',y')$ khi đó : $\begin{cases} x' = x\cos\varphi - y\sin\varphi \\ y' = x\sin\varphi + y\cos\varphi \end{cases}$

Nhận xét:

① $Q_{(O,90^0)} : M(x,y) \to M'(x',y')$ khi đó : $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$

② $Q_{(O,-90^0)} : M(x,y) \to M'(x',y')$ khi đó : $\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$

Trường hợp 2: Khi tâm quay $I(x_0, y_0)$

$Q_{(I,\varphi)} : M(x,y) \to M'(x',y')$ khi đó : $\begin{cases} x' - x_0 = (x - x_0)\cos\varphi - (y - y_0)\sin\varphi \\ y' - y_0 = (x - x_0)\sin\varphi + (y - y_0)\cos\varphi \end{cases}$

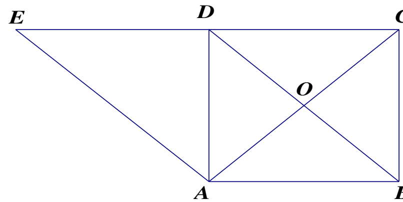
B. BÀI TẬP

Bài 5.1. Cho hình vuông ABCD tâm O.
a) Tìm ảnh của điểm C qua phép quay tâm A góc 90^0.
b) Tìm ảnh của đường thẳng BC qua phép quay tâm O góc 90^0.

HD✍Giải

a) Gọi E là điểm đối xứng với C qua tâm D. Khi đó $Q_{\left(A,90^0\right)}(C) = E$

b) $Q_{\left(O,90^0\right)}(B) = C, Q_{\left(O,90^0\right)}(C) = D$. Vậy ảnh của đường thẳng BC qua phép quay tâm O góc 90^0 là đường thẳng CD.



Bài 5.2. Cho phép quay Q tâm O với góc quay φ và cho đường thẳng d. Hãy nêu cách dựng ảnh d' của d qua phép quay Q.

HD✍Giải

Ảnh của đường thẳng d qua phép quay $Q_{(O,\varphi)}$ có thể dựng như sau:

Cách 1. Lấy hai điểm A, B phân biệt trên d, rồi dựng ảnh A', B' của chúng. Đường thẳng d' là đường thẳng đi qua A' và B'.

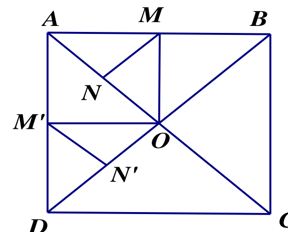
Cách 2. Trong trường hợp d không đi qua O. gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d, dựng H' là ảnh của H. Đường thẳng vuông góc với OH' tại H' chính là ảnh d' của d.

Từ cách dựng trên, ta suy ra: Phép quay với góc quay $\pm\frac{\pi}{2}$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' vuông góc với d.

Bài 5.3. Cho hình vuông ABCD tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, OA. Tìm ảnh của tam giác AMN qua phép quay tâm O, góc quay 90^0.

HD✍Giải

Xét phép quay $Q_{(O,90^0)}: A \to D, M \to M' \Rightarrow Q_{(O,90^0)}: N \to N'$. N là trung điểm của OA thì N' là trung điểm của OD. Suy ra: $Q_{(O,90^0)}: \Delta AMN \to \Delta DM'N'$ và $\Delta AMN = \Delta DM'N'$



Bài 5.4. Cho hai tam giác vuông cân OAB và OA'B' có chung đỉnh O sao cho O nằm trên đoạn thẳng AB' và nằm ngoài đường thẳng A'B. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của tam giác OAA' và OBB'. Chứng minh GOG' là tâm giác vuông cân.

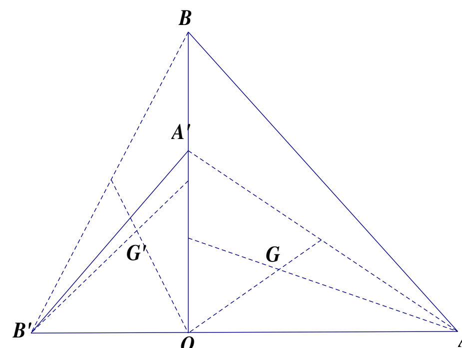
HD✍Giải

Gọi Q là phép quay tâm O, góc quay $\frac{\pi}{2}$ (bằng góc lượng giác (OA,OB)).

Khi đó $Q_{\left(O,\frac{\pi}{2}\right)}(A) = B, Q_{\left(O,\frac{\pi}{2}\right)}(A') = B'$. Do đó $Q_{\left(O,\frac{\pi}{2}\right)}(OAA') = OBB'$.

Bởi vậy, $Q_{\left(O,\frac{\pi}{2}\right)}(G) = G'$. Suy ra OG = OG' và $\widehat{GOG'} = \frac{\pi}{2}$

Vậy GOG' là tam giác vuông cân tại đỉnh O.



Bài 5.5. Cho ba điểm thẳng hàng A, B, C, điểm B nằm giữa hai điểm A và C. Dựng về một phía của

đường thẳng AC các tam giác đều ABE và BCF.
a) Chứng minh rằng AF = EC và góc giữa hai đường thẳng AF và EC bằng 60^0
b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AF và EC. Chứng minh tam giác BMN đều.

HD ✍ Giải

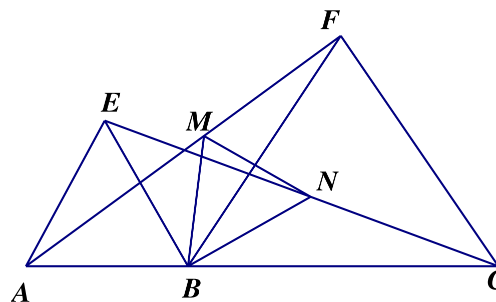
a) Xét phép quay $Q_{(B,60^0)}$, khi đó :

$Q_{(B,60^0)}: E \to A, C \to F$

$\Rightarrow Q_{(O,60^0)}: EC \to AF$. Suy ra EC = AF và (EC,AF) = 60^0.

b) Ta có $Q_{(B,60^0)}: N \to M$, N là trung điểm của EC và M là trung điểm của AF.

Nên BN = BM và $\widehat{NBM} = 60^0$. Do đó BMN là tam giác đều.

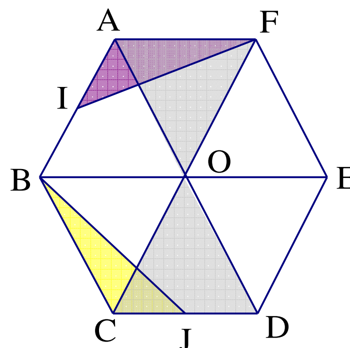


Bài 5.6. Cho lục giác đều ABCDEF, O là tâm đối xứng của nó, I là trung điểm của AB.
a) Tìm ảnh của tam giác AIF qua phép quay tâm O góc 120^0
b) Tìm ảnh của tam giác AOF qua phép quay tâm E góc 60^0

HD ✍ Giải

a)
$Q_{(O,120^0)}: F \to B, A \to C, B \to D \Rightarrow Q_{(O,120^0)}: I \to J$
với J là trung điểm của CD.
Vậy $Q_{(O,120^0)}: \Delta AIF \to \Delta CJB$

b) Phép quay tâm E góc 60^0 biến A, O, F lần lượt thành C, D, O. Vậy $Q_{(E,60^0)}: \Delta AOF \to \Delta CDO$



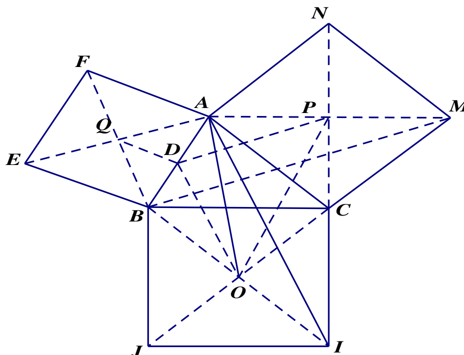
Bài 5.7. Cho tam giác ABC. Dựng về phía ngoài của tam giác các hình vuông BCIJ, ACMN, ABEF và gọi O, P, Q lần lượt là tâm đối xứng của chúng.
a) Gọi D là trung điểm của AB. Chứng minh rằng DOP là tam giác vuông cân đỉnh D
b) Chứng minh AO vuông góc với PQ và AO = PQ.

HD ✍ Giải

a) Xét phép quay $Q_{(C,90^0)}: M \to A, B \to I$. Do đó MB bằng và vuông góc với AI

Trong tam giác ABM, có DP song song và bằng nửa BM và trong tam giác BAI có DO song song và bằng nửa AI. Từ đó suy ra DP bằng và vuông góc với DO. Hay tam giác DOP vuông cân tại D.

b) Xét phép quay $Q_{(D,90^0)}: O \to P, A \to Q$. Do đó OA bằng và vuông góc với PQ.



Bài 5.8. Cho tam giác ABC. Dựng về phía ngoài tam của tam giác đó các tam giác BAE và CAF vuông

cân tại A. Gọi I, M và J theo thứ tự là trung điểm của EB, BC và CF. Chứng minh rằng tam giác IJM là tam giác vuông cân.

HD Giải

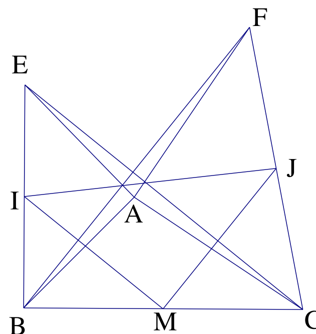
Xét phép quay tam A góc quay 90^0.

$Q_{(A,90^0)}: E \to B, C \to F$. Từ đó suy EC = BF và $EC \perp BF$

Vì IM là trung bình của tam giác BEC nên IM // EC và $IM = \frac{1}{2}EC$

Tương tự, ta có MJ // BF và $MJ = \frac{1}{2}BF$. Từ đó suy ra IM = MJ và $IM \perp MJ$

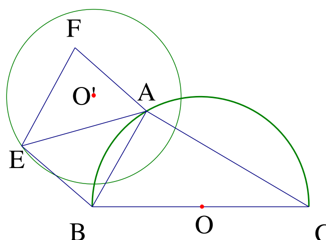
Vậy tam giác IMJ là tam giác vuông cân tại M.



Bài 5.9. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC. Điểm A chạy trên nửa đường tròn đó. Dựng về phía ngoài của tam giác ABC hình vuông ABEF. Chứng minh rằng E chạy trên một nửa đường tròn cố định.

HD Giải

Xét phép quay tâm B góc quay 90^0. Khi đó $Q_{(B,90^0)}(A) = E$. Khi A chạy trên nửa đường tròn (O), E chạy trên nửa đường tròn (O') là ảnh của nửa đường tròn (O) qua phép quay tâm B, góc quay 90^0.



Bài 5.10. Cho tam giác ABC. Dựng về phía ngoài của tam giác đó các hình vuông ABEF và ACIK. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng AM vuông góc với FK và $AM = \frac{1}{2}FK$.

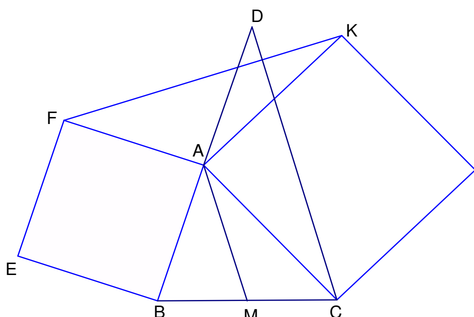
HD Giải

Gọi D là ảnh của B qua phép đối xứng tâm A. Khi đó AD = AB = AF và $AD \perp AF$

Xét $Q_{(A,90^0)}: D \to F, C \to K$. Do đó DC = FK và $DC \perp FK$

Vì AM là đường trung bình của tam giác BCD nên AM // CD và $AM = \frac{1}{2}CD$

Vậy AM vuông góc với FK và $AM = \frac{1}{2}FK$



Bài 5.11.

Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ vuông góc Oxy, cho phép quay tâm O góc quay $\frac{\pi}{4}$.

Tìm ảnh qua phép quay $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}$ của:

a) Điểm A(2, 2)   b) Đường tròn (C): $(x-1)^2 + y^2 = 4$

HD Giải

Biểu thức toạ độ của phép quay $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}: M(x,y) \to M'(x',y')$ là:

$$\begin{cases} x' = x\cos\varphi - y\sin\varphi \\ y' = x\sin\varphi + y\cos\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x\cos\frac{\pi}{4} - y\sin\frac{\pi}{4} \\ y' = x\sin\frac{\pi}{4} + y\cos\frac{\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}(x-y) \\ y' = \frac{\sqrt{2}}{2}(x+y) \end{cases}$$

a) $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}: A(2,2) \to A'(x',y')$ thì $\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}(2-2) \\ y' = \frac{\sqrt{2}}{2}(2+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 2\sqrt{2} \end{cases}$. Vậy $A\left(0, 2\sqrt{2}\right)$

b) Đường tròn (C) có tâm I(1, 0) và bán kính R = 2. $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}: I(1,0) \to I'(x',y'); Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}: (C) \to (C')$

với (C') là đường tròn tâm $I'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và có bàn kính R' = 2. Vậy (C'): $\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 4$

Bài 5.12.
Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ vuông góc Oxy, cho phép quay $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}$.

a) Viết biểu thức toạ độ của phép quay đó.
b) Viết phương trình của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 6y + 14 = 0$ qua phép quay $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}$.

c) Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d: x + y – 2 = 0 qua phép quay $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}$

HD Giải

a) Biểu thức toạ độ của phép quay $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}: M(x,y) \to M'(x',y')$ là:

$$\begin{cases} x' = x\cos\varphi - y\sin\varphi \\ y' = x\sin\varphi + y\cos\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x\cos\frac{\pi}{4} - y\sin\frac{\pi}{4} \\ y' = x\sin\frac{\pi}{4} + y\cos\frac{\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}(x-y) \\ y' = \frac{\sqrt{2}}{2}(x+y) \end{cases}$$

b) đường tròn (C) có tâm I(3, -3) và bán kính R = 2, nên $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}: I(3,-3) \to I'(x',y')$

Do đó $I'\left(3\sqrt{2}, 0\right)$. Vậy: $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}: (C) \to (C')$, với (C') có tâm I' và bán kính R' = 2 là:

Vậy (C'): $\left(x - 3\sqrt{2}\right)^2 + y^2 = 4$

c) Lấy điểm $M(1;1) \in d$ và $OM \perp d$. Gọi M' là ảnh của M quay phép quay $Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}$ thì $M'\left(0; \sqrt{2}\right)$

Từ đó suy ra d' phải qua M' và vuông góc với OM'.
Vậy phương trình của d': $y = \sqrt{2}$

C. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài 5.13. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm A(2; 0) và đường thẳng d có phương trình x + y – 2 = 0. Tìm ảnh của A và d qua phép quay tâm O góc 90^0.

Bài 5.14. Cho hai tam giác đều OAB và OA'B' có chung đỉnh O. Gọi C và D lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Chứng minh rằng OCD là tam giác đều.

Bài 5.15. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm A(2;2) và các đường thẳng d_1: x + y – 2 = 0, d_2: x + y – 8 = 0. Tìm toạ độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

§6. KHÁI NIỆM VỀ PHÉP DỜI HÌNH VÀ HAI HÌNH BẰNG NHAU

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Định nghĩa
- Phép dời hình là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- Nhận xét:
  - Các phép đồng nhất, tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay đều là những phép dời hình
  - Phép biến hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép dời hình cũng là một phép dời hình.
2. Tính chất Phép dời hình:
- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm đó;
- Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó;
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến góc thành góc bằng nó;
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
3. Hai hình bằng nhau

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

B. BÀI TẬP

Bài 6.1. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm A(-3;2), B(-4;5) và C(-1;3).
a) Chứng minh rằng các điểm A'(2;3), B'(5;4) và C'(3;1) theo thứ tự là ảnh của A, B và C qua phép quay tâm O góc -90^0.
b) Gọi tam giác $A_1B_1C_1$ là ảnh của tam giác ABC qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc -90^0 và phép đối xứng qua trục Ox. Tìm toạ độ các đỉnh của tam giác $A_1B_1C_1$.

HD Giải

a) Ta có $\overrightarrow{OA}=(-3;2), \overrightarrow{OA'}=(2;3)$ và $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OA'}=\vec{0}$. Từ đó suy ra góc lượng giác (OA; OA') = -90^0.
Mặt khác ta có $OA = OA' = \sqrt{13}$. Do đó phép quay tâm O góc 90^0 biến A thành A'. Các trường hợp khác tương tự.

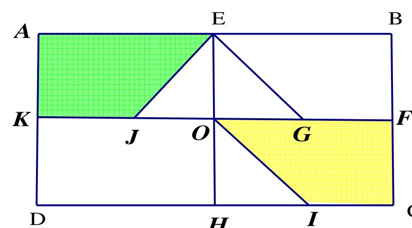
b) Gọi $A_1B_1C_1$ là ảnh của tam giác A'B'C' qua phép đối xứng trục Ox. Khi đó $A_1(2; -3)$, $B_1(5; -4)$, $C_1(3; -1)$.

Bài 6.2. Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi E, F, H, K, O, I, J lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA, KF, HC, KO. Chứng minh rằng hình thang AEJK và FOIC bằng nhau.

HD Giải

Gọi G là trung điểm OF. Phép đối xứng qua đường thẳng EH biến hình thang AEJK thành hình thang BEGF.

Phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{EO}$ biến hình thang BEGF thành hình thang FOIC. Nên hai hình thang AEJK và FOIC bằng nhau.



Bài 6.3. Chứng minh rằng: Nếu một phép dời hình biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C' thì nó cũng biến trọng tâm của tam giác ABC tương ứng thành trọng tâm của tam giác A'B'C'.

HD Giải

Gọi M, N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, BC và G, G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC và A'B'C'.
Gọi phép dời hình đó là F. Ta có F(AB) = A'B', F(BC) = B'C'. Khi đó $F(M) = M' \in A'B', F(N) \in B'C'$
Vậy F biến trung tuyến AM, CN của tam giác ABC tương ứng thành các trung tuyến A'M', C'N' của tam giác A'B'C'.

Từ đó suy ra F biến trọng tâm G của tam giác ABC thành trọng tâm G' của tam giác A'B'C' là giao điểm của A'M' và C'N'.

Bài 6.4. Chứng tỏ rằng hai hình chữ nhật cùng kích thước (cùng chiều dài và chiều rộng) thì bằng nhau.

HD Giải

Giả sử hai hình chữ nhật ABCD và A'B'C'D' có AB = CD = A'B' = C'D', AD = BC = A'D' = B'C'. Khi đó ABC và A'B'C' là hai tam giác vuông bằng nhau, do đó có phép dời hình $F:\Delta ABC \to \Delta A'B'C'$ và F biến trung điểm O của AC thành trung điểm O' của A'C'. Nhưng vì O và O' lần lượt là trung điểm của BD và B'D' nên F cũng biến D thành D'.

Vậy F biến ABCD thành A'B'C'D', nên theo định nghĩa, hai hình chữ nhật đó bằng nhau.

Bài 6.5. Cho hai hình bình hành. Hãy vẽ một đường thẳng chia mỗi hình bình hành đó thành hai hình bằng nhau.

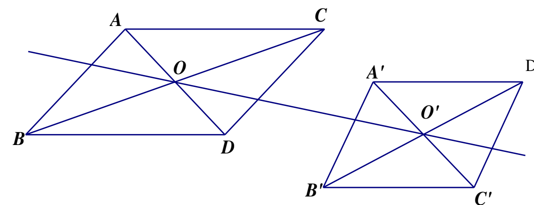
HD Giải

Một đường thẳng đi qua tâm O của hình bình hành thì chia hình bình hành đó thành hai phần bằng nhau, vì phép đối xứng qua tâm O sẽ biến phần này thành phần kia.

Ta xét hai hình bình hành ABCD và A'B'C'D' lần lượt có tâm O, O'.

Ta có O, O' lần lượt là tâm đối xứng của hình bình hành ABCD và A'B'C'D' nên đường thẳng bất kì qua tâm thì chia hình bình hành đó thành hai hình bằng nhau.

Suy ra: Đường thẳng OO' chia mỗi hình bình hành ABCD và A'B'C'D' thành hai hình bằng nhau.



C. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài 6.6. Trong mặt phẳng hệ trục toạ độ Oxy, cho $\vec{v}(2;0)$ và điểm M (1; 1).

a) Tìm toạ độ điểm M' là ảnh của điểm M qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục Oy và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

b) Tìm toạ độ điểm M'' là ảnh của điểm M qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ và phép đối xứng trục Oy.

Bài 6.7. Trong mặt phẳng Oxy, cho vectơ $\vec{v}(3;1)$ và đường thẳng d có phương trình 2x – y = 0. Tìm ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc 90^0 và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

§7. PHÉP VỊ TỰ

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Định nghĩa

Cho một điểm O cố định và một số k không đổi, $k \neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ được gọi là phép vị tự tâm O tỉ số k.

Kí hiệu: $V_{(O,k)}$. Như vậy $V_{(O,k)} : M \to M' \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$

Nhận xét

- Phép vị tự biến tâm vị tự thành chính nó.
- Khi $k > 0$, M và M' nằm cùng phía đối với O.
- Khi $k < 0$, M và M' nằm khác phía đối với O.
- Khi $k = -1$, M và M' đối xứng với nhau qua tâm O nên $V_{(O,-1)} = Đ_O$
- Khi $k = 1$, thì $M \equiv M'$ nên phép vị tự là phép đồng nhất
- $V_{(O,k)}(M) = M' \Leftrightarrow V_{(O,\frac{1}{k})}(M') = M$

2. Các tính chất của phép vị tự

a. Định lí 1. Nếu phép vị tự tỉ số k biến hai điểm M và N lần lượt thành hai điểm M' và N' thì:
$\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$ và $MN = |k|MN$

b. Phép vị tự tỉ số k:

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy;
- Biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng mà độ dài nhân lên với $|k|$;
- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho và tỉ số đồng dạng là $|k|$, biến góc thành góc bằng nó;
- Biến một đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính $|k|$.R.

3. Biểu thức toạ độ.

Trong mặt phẳng hệ trục toạ độ Oxy, cho phép vị tự $V_{(I,k)}$ với $I(x_0, y_0)$

Ta có: $V_{(I,k)} : M(x,y) \to M'(x',y') \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = k\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = kx + (1-k)x_0 \\ y' = ky + (1-k)y_0 \end{cases}$

Khi $I \equiv O$ ta có biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$

B. BÀI TẬP

Bài 7.1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình 2x + y – 4 = 0.
a) Hãy viết phương trình đường thẳng d_1 là ảnh của d qua phép vị tự tâm O tỉ số k = 3.
b) Hãy viết phương trình đường thẳng d_2 là ảnh của d qua phép vị tự tâm I(-1;2) tỉ số $k = -2$

HD Giải

a) Lấy hai điểm A(0; 4) và B(2; 0) thuộc d. Gọi A’, B’ theo thứ tự là ảnh của A và B qua phép vị tự tâm O tỉ số k = 3. Khi đó A’(0; 12) và B’(6; 0). d_1 chính là đường thẳng qua hai điểm A’ và B’ nên có phương trình 2x + y – 12 = 0.

b) Vì d_2 // d: 2x + y – 4 = 0 nên d_2: 2x + y + c = 0. Lấy điểm A(4; 0) thuộc d và gọi $A' = V_{(I,-2)}(A)$.
Khi đó ta có $A'(-3;-2) \in d_2$ nên suy ra c = 8. Vậy d_2: 2x + y + 8 = 0.

Bài 7.2. Trong mặt phẳng Oxy, cho phép vị tự tâm I(1; 3), tỉ số $k = -2$. Tìm ảnh của các đường sau qua phép vị tự $V_{(I,k)}$
a) Đường thẳng d: 2x + y – 1 = 0
b) Đường tròn (C): $(x – 2)^2 + (y + 1)^2 = 3$

c) Parabol (P): y = x^2 – 3x + 2

HD Giải

$V_{(I,k)}: M(x,y) \to M'(x',y')$ có biểu thức toạ độ: $\begin{cases} x' = -2x+3 \\ y' = -2y+9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-x'+3}{2} \\ y = \dfrac{-y'+9}{2} \end{cases}$ (*)

a) $V_{(I,k)}: M(x,y) \in d \to M'(x',y') \in d'$. Thay (*) vào phương trình của d, ta có:2x’ + y’ – 13 = 0

Vậy phương trình của đường thẳng d’ là ảnh của d qua $V_{(I,k)}$ là: 2x + y – 13 = 0.

Cách khác: Lấy điểm $M(0,1) \in d$, $V_{(I,k)}: M(0,1) \in d \to M'(3,7) \in d'$

Vì phép vị tự biến đường thẳng d thành d’ song song hoặc trùng với d nên d’: 2x + y + c = 0 và $M' \in d$ nên ta có c – 13. Vậy d’: 2x + y – 13 = 0.

b) $V_{(I,k)}: M(x,y) \in (C) \to M'(x',y') \in (C')$.

Thay (*) vào phương trình đường tròn (C) ta có: $(x' + 1)^2 + (y' – 11)^2 = 12$

Vậy phương trình đường tròn (C’): $(x + 1)^2 + (y – 11)^2 = 12$

Cách khác: Tâm và bán kính của (C): J(2, - 1), $R = \sqrt{3}$

$V_{(I,k)}: J(x,y) \in (C) \to J'(x',y') \in (C') \Rightarrow J'(-1,11), R' = 2\sqrt{3}$

Vậy phương trình đường tròn (C’): $(x + 1)^2 + (y – 11)^2 = 12$

c) $V_{(I,k)}: M(x,y) \in (P) \to M'(x',y') \in (P')$. Thay (*) vào phương trình (P), ta có : $y' = -\frac{1}{2}(x')^2 + \frac{19}{2}$

Vậy phương trình (P’): $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{19}{2}$

Bài 7.3. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 9$. Hãy viết phương trình của đường tròn (C’) là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm I(1; 2) tỉ số k = - 2.

HD Giải

Đường tròn (C) có tâm J(3; -1) và bán kính R = 3. Gọi $J' = V_{(I,-2)}(J)$ nên J’(-3; 8).

Do vậy đường tròn (C’) có tâm là J’ và bán kính $R' = |-2|.3 = 6$.

Vậy (C’): $(x+3)^2 + (y-8)^2 = 36$

Bài 7.4. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn (C): $x^2 + y^2 – 10x – 8y + 14 = 0$ và (C’): $x^2 + y^2 + 2y – 11 = 0$. Xác định phép vị tự biến đường tròn (C) thành đường tròn (C’).

HD Giải

Phương trình đường tròn (C) có tâm và bán kính: $I_1(5, 4)$, $R_1 = 3\sqrt{3}$ và đường tròn (C’): $I_2(0, - 1)$, $R_2 = 2\sqrt{3}$.

Xét $V_{(I,k)}: M(x,y) \in (C) \to M'(x',y') \in (C')$ có biểu thức toạ độ là $\begin{cases} x' = kx + (1-k)x_0 \\ y' = ky + (1-k)y_0 \end{cases}$

Trong đó $I(x_0, y_0)$ là tâm vị tự. Ta có $R_2 = |k|R_1 \Rightarrow k = \pm\frac{2}{3}$

- Khi $k = \frac{2}{3}$ thì ta có: $\begin{cases} x' = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}x_0 \\ y' = \frac{2}{3}y + \frac{1}{3}y_0 \end{cases}$ và $V_{(I,k)}: I_1(5;4) \in (C) \to I_2(0,1) \in (C')$

Nên ta có: $x_0 = -10, y_0 = -11$. Vậy phép vị tự có I(-10, -11) và $k = \frac{2}{3}$ biến (C) thành (C’).

- Khi $k=-\frac{2}{3}$ thì ta có: $\begin{cases} x'=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}x_0 \\ y'=\frac{2}{-3}y+\frac{5}{3}y_0 \end{cases}$ và $V_{(I,k)}\ V_{(I,k)}: I_1(5;4)\in(C)\rightarrow I_2(0,1)\in(C')$

Nên ta có: $x_0=2, y_0=1$. Vậy phép vị tự $V_{(I,k)}$ có I(2, 1) và $k=-\frac{2}{3}$ biến (C) thành (C').

Bài 7.5. Trong mặt phẳng hệ trục toạ độ Oxy, cho hai đường tròn (C): $(x-1)^2+(y-3)^2=1$ và (C'): $(x-3)^2+(y-4)^2=4$.
Xác định phép vị tự biến đường tròn (C) thành đường tròn (C').

HD Giải

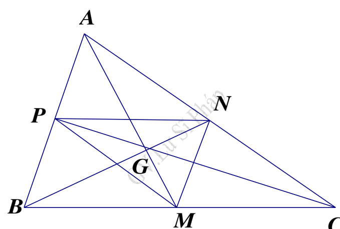
Phép vị tự biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') là:

- Tâm vị tự I(-2, 3) và tỉ số vị tự k = 2
- Tâm vị tự I(2, 3) và tỉ số vị tự k = - 2

Bài 7.6.
Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC và AB. Chứng minh rằng có một phép vị tự biến tam giác ABC thành tam giác MNP.

HD Giải

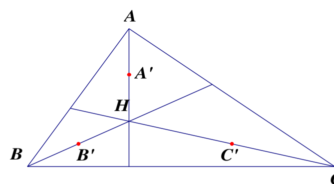
Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, khi đó: $\overrightarrow{GM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}, \overrightarrow{GP}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$. Suy ra, phép vị tự tâm G, tỉ số $k=-\frac{1}{2}$ biến tam giác ABC thành tam giác MNP.



Bài 7.7. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và H là trực tâm. Tìm ảnh của tam giác ABC qua phép vị tự tâm H, tỉ số $k=\frac{1}{2}$.

HD Giải

Ảnh của tam giác A, B, C qua phép vị tự $V_{\left(H,\frac{1}{2}\right)}$ là A', B' và C' lần lượt là trung điểm các cạnh HA, HB, HC. Vậy $V_{\left(H,\frac{1}{2}\right)}:(\Delta ABC)\rightarrow \Delta A'B'C'$



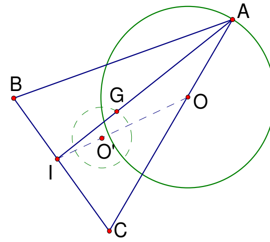
Bài 7.8. Tam giác ABC có hai đỉnh B,C cố định còn A chạy trên đường tròn (O,R) cố định không có điểm chung với đường thẳng BC. Tìm quỹ tích trọng tâm G của tam giác ABC.

HD Giải

Gọi I là trung điểm BC thì I cố định. Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$.

Như vậy, phép vị tự tâm I tỉ số $\frac{1}{3}$ biến điểm A thành điểm G

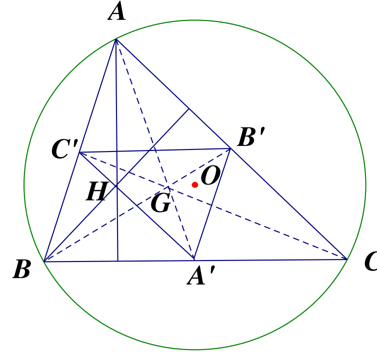
Từ đó, suy ra khi A chạy trên đường tròn (O,R) thì quỹ tích G là ảnh của đường tròn đó qua phép vị tự V, tức là đường tròn (O',R') mà $\overrightarrow{IO'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IO}$ và $R'=\frac{1}{3}R$



Bài 7.9. Cho tam giác ABC với trọng tâm G, trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O. Chứng minh rằng $\overrightarrow{GH} = -2\overrightarrow{GO}$ (như vậy khi ba điểm G, H, O không trùng nhau thì chúng cùng nằm trên một đường thẳng, được gọi là đường thẳng Ơ-le).

HD Giải

Gọi A', B' và C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC.
Ta có $OA' \perp BC$ mà BC // B'C' nên $OA' \perp B'C'$.
Tương tự, ta cũng có $OB' \perp A'C'$. Vậy O là trực tâm của tam giác A'B'C'.
Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GA'}, \overrightarrow{GB} = -2\overrightarrow{GB'}$ và $\overrightarrow{GC} = -2\overrightarrow{GC'}$. Bởi vậy phép vị tự $V_{(G,-2)} : \Delta A'B'C' \to \Delta ABC$
Điểm O là trực tâm của tam giác A'B'C' nên $V_{(G,-2)} : O \to H \Rightarrow \overrightarrow{GH} = -2\overrightarrow{GO}$. Điều này chứng tỏ ba điểm G, H, O thẳng hàng.



Bài 7. 10.
Cho tam giác ABC và điểm M thuộc cạnh AB. Qua M vẽ các đường thẳng song song với trung tuyến AA_1 và BB_1 cắt BC, CA tại P và Q. Tìm quỹ tích các điểm S sao cho tứ giác MPSQ là hình bình hành.

HD Giải

Gọi E, F lần lượt là giao điểm của MQ, MP với AA_1 và BB_1, G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó:

$$\frac{\overrightarrow{ME}}{\overrightarrow{BG}} = \frac{\overrightarrow{MQ}}{\overrightarrow{BB_1}} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{ME}}{\overrightarrow{MQ}} = \frac{\overrightarrow{BG}}{\overrightarrow{BB_1}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{ME} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MQ}$$

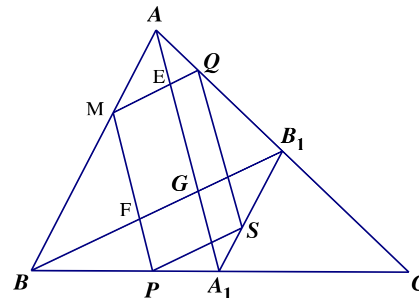
Tương tự: $\overrightarrow{MF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MP}$

Ta có : $\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MQ} + \frac{2}{3}\overrightarrow{MP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MS}$.

Suy ra: $\overrightarrow{GS} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GM}$. Do đó: S là ảnh của M qua phép vị tự tâm G, tỉ số $k = -\frac{1}{2}$

Khi M thuộc cạnh AB thì S thuôc đoạn A_1B_1 là nảh của AB qua $V_{\left(G,-\frac{1}{2}\right)}$

Vậy quỹ tích S là đoạn thẳng A_1B_1.



C. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài 7.11. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: x + 2y + 4 = 0.

a) Hãy viết phương trình đường thẳng d_1 là ảnh của d qua phép vị tự tâm O tỉ số k = - 3

b) Hãy viết phương trình đường thẳng d_2 là ảnh của d qua phép vị tự tâm I(1;2) tỉ số $k = -\frac{1}{2}$

Bài 7.12. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$. Hãy viết phương trình của đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm I(1; 2) tỉ số k = - 2.

§8. PHÉP ĐỒNG DẠNG

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Định nghĩa

Phép biến hình F gọi là phép đồng dạng tỉ số k (k > 0) nếu với hai điểm bất kì M, N và ảnh M’, N’ tương ứng của chúng, ta luôn có M’N’ = k.MN

Nhận xét:

- Phép dời hình là phép đồng dnạg tỉ số 1.
- Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$
- Nếu thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng thì được một phép đồng dạng.
- Mọi phép đồng dạng F tỉ số k đều là hợp thành của một phép vị tự V tỉ số k và một phép dời hình D.

2. Tính chất

Phép đồng dạng tỉ số k:

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy;
- Biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng;
- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho và , biến góc thành góc bằng nó;
- Biến một đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính k.R.

Đặt biệt: Phép đồng dạng có một điểm kép O duy nhất là tích giao hoán của một phép vị tự và một phép quay có cùng tâm O. khi đó, kí hiệu: $Z_{(O,k,\varphi)} = Q_{(O,\varphi)}.V_{(O,k)} = V_{(O,k)}.Q_{(O,\varphi)}$, O được gọi là tâm đồng dạng.

3. Hình đồng dạng

Hai hình gọi là đồng dạng với nhau nếu có phép đồng dạng biến hình này thành hình kia

4. Biểu thức toạ độ của phép đồng dạng $Z_{(I,k,\varphi)}$

Trong mặt phẳng với hệ toạ độ vuông góc Oxy, cho phép đồng dạng $Z_{(I,k,\varphi)}$ và M(x; y)

Gọi $M'(x';y') = Z_{(I,k,\varphi)}(M)$

- Khi tâm I trùng với gốc toạ độ O, toạ độ điểm M’ là $\begin{cases} x' = k\left(x\cos\varphi - y\sin\varphi\right) \\ y' = k\left(x\sin\varphi + y\cos\varphi\right) \end{cases}$
- Khi tâm $I\left(x_0, y_0\right)$, toạ độ điểm M’ là $\begin{cases} x' - x_0 = k\left[(x-x_0)\cos\varphi - (y-y_0)\sin\varphi\right] \\ y' - y_0 = k\left[(x-x_0)\sin\varphi + (y-y_0)\cos\varphi\right] \end{cases}$
-

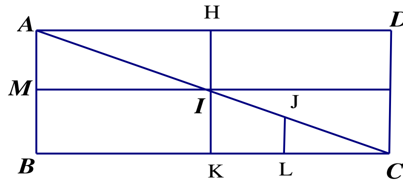
B. BÀI TẬP

Bài 8.1. Cho hình chữ nhật ABCD, AC và BD cắt nhau tại I. Gọi H, K, L, và J lần lượt là trung điểm của AD, BC, KC, và IC. Chứng minh rằng:
a) Hai hình thang JLKI và IHAB đồng dạng với nhau.
b) Hai hình thang JLKI và IHDC đồng dạng với nhau.

HD Giải

a) Gọi M là trung điểm AB. Phép vị tự tâm C, tỉ số 2 biến hình thang JLKI thành hình thang IKBA. Phép đối xứng qua đường thẳng IM biến hình thang IKBA thành hình thang IHAB. Do đó phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép biến hình trên biến hình thang JLKI thành hình thang IHAB. Từ đó suy hai hình thang JLKI và IHAB đồng dạng với nhau.

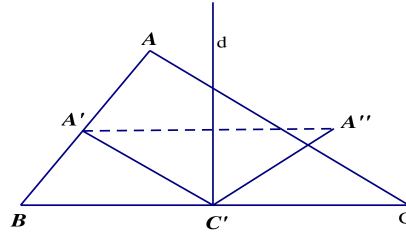
b) Tương tự: Phép đối xứng tâm I biến hình thang IHDC thành hình thang IKBA. Phép vị tự tâm C tỉ số $\frac{1}{2}$ biến hình thang IKBA thành hình thang JLKI. Do đó hai hình thang JLKI và IHDC đồng dạng với nhau.



Bài 8.2. Cho tam giác ABC. Xác định ảnh của nó qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm B tỉ số $\frac{1}{2}$ và phép đối xứng qua đường trung trực của BC.

HD Giải

Gọi A', C' tương ứng là trung điểm của AB và BC. Phép vị tự tâm B, tỉ số $\frac{1}{2}$ biến tam giác ABC thành tam giác A'BC'. Phép đối xứng qua đường trung trực cạnh BC biến tam giác A'BC' thành tam giác A''CC'. Vậy ảnh của tam giác ABC qua phép đồng đó là tam giác A''CC'.



Bài 8.3. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình x + y – 2 = 0. Viế phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm I(-1, -1) tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc -45^0.

HD Giải

Gọi d_1 là ảnh của d qua phép vị tự tâm I(-1, -1) tỉ số $k = \frac{1}{2}$. Vì d_1 song song hoặc trùng với d nên phương trình của nó có dạng: x + y + c = 0

Lấy điểm M(1, 1) thuộc d, $V_{\left(I,\frac{1}{2}\right)}: M \to M' \equiv O \in d_1$

Vậy phương trình của d_1: x + y = 0.

Ảnh của d_1 qua phép quay tâm O góc -45^0 là đường thẳng Oy.

Vậy phương trình của d': x = 0

Bài 8.4. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình: $x = 2\sqrt{2}$. Hãy viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc quay 45^0.

HD Giải

Gọi d_1 là ảnh của d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ thì phương trình của d_1: $x = \sqrt{2}$

Gọi d' là ảnh của d_1 qua phép quay tâm O góc quay 45^0. Lấy $A\left(\sqrt{2},0\right)$ và $B\left(\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$ thuộc d_1 thì ảnh của nó qua phép quay nói trên là A'(1,1) và B'(2,0) thuộc d'.

Vậy phương trình d': x + y – 2 = 0.

Bài 8.5. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $(x – 1)^2 + (y – 2)^2 = 4$. Hãy viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số k = -2 và phép đối xứng trục Ox.

HD Giải

Dễ thấy bán kính của (C') là R' = 4. Tâm I' của (C') là ảnh của tâm I(1,2) của (C) qua phép đồng dạng nói trên. $V_{(O,-2)}: I(1,2) \to I_1(-2,-4)$ và $Đ_{Ox}$: $I_1(-2,-4) \to I'(-2,4)$

Vậy phương trình đường tròn (C'): $(x + 2)^2 + (y – 4)^2 = 16$

Bài 8.6. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ vuông góc Oxy, cho $\varphi = 45^0$ và k = 2.

a) Viết biểu thức toạ độ của phép đồng dạng $Z_{(O,k,\varphi)}$
b) Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ qua phép đồng dạng $Z_{(O,k,\varphi)}$.

HD ✍ Giải

a) Phép đồng dạng $Z_{(O,k,\varphi)} = Z_{(O,2,45^0)} : M(x;y) \to M'(x';y')$

M' có toạ độ là $\begin{cases} x' = 2\left(x\cos 45^0 - y\sin 45^0\right) \\ y' = 2\left(x\sin 45^0 + y\cos 45^0\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \sqrt{2}\left(x-y\right) \\ y' = \sqrt{2}\left(x+y\right) \end{cases} (*)$

b) $Z_{(O,2,45^0)} : M(x;y) \in (C) \to M'(x';y') \in (C')$. Từ (*) ta có $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{2}}{4}\left(x'+y'\right) \\ y = \dfrac{\sqrt{2}}{4}\left(x'-y'\right) \end{cases}$ thay vào phương trình đường tròn (C), ta có được: $\left(x'\right)^2 + \left(y'\right)^2 - 2\sqrt{2}x' - 2\sqrt{2}y' - 12 = 0$

Vậy phương trình đường tròn (C'): $x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}y - 12 = 0$

Cách khác: Tâm và bán kính đường tròn (C) là I(1; 0), R = 2

Khi đó, ta có $Z_{(O,2,45^0)} : I(1;0) \in (C) \to I'(x';y') \in (C') \Rightarrow I'\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ và R' = 2R = 4

Vậy phương trình đường tròn (C'): $\left(x-\sqrt{2}\right)^2 + \left(y-\sqrt{2}\right)^2 = 16$

Bài 8.7. Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ vuông góc Oxy, cho điểm I(1; 1) và đường tròn tâm I bán kính 2. Viết phương trình của đường tròn là ảnh của đường tròn trên qua phép đồng dạng có được bằng cách thực họên liên tiếp phép quay tâm O, góc 45^0 và phép vị tự tâm O, tỉ số $\sqrt{2}$.

HD ✍ Giải

Phép đồng dạng $Z_{(O,k,\varphi)} = Z_{(O,\sqrt{2},45^0)} : I(1;1) \to I'(x';y')$

I' có toạ độ là $\begin{cases} x' = \sqrt{2}\left(x\cos 45^0 - y\sin 45^0\right) \\ y' = \sqrt{2}\left(x\sin 45^0 + y\cos 45^0\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y \end{cases} \Rightarrow I'(0;2)$

Vậy phương trình của đường tròn tâm I bán kính 2 là phương trình đường tròn tâm I'(0; 2) bán kính $2\sqrt{2}$. Phương trình đó là: $x^2 + (y-2)^2 = 8$.

Bài 8.8. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ vuông góc Oxy, xét phép biến hình F biến mỗi điểm M(x; y) thành điểm M'(2x – 1; – 2y + 3). Chứng minh F là một phép đồng dạng.

HD ✍ Giải

Lấy điểm $N(x_1; y_1)$, thì điểm $N'(2x_1 - 1; -2y_1 + 3) = F(N)$. Ta có
$M'N'^2 = (2x_1 - 2x)^2 + (-2y_1 + 2y)^2 = 4[(x_1 - 2)^2 + (y_1 - y)^2] = 4MN^2$
Từ đó suy ra với hai điểm M, N tuỳ ý và M', N' lần lượt là ảnh của chúng qua F ta có M'N' = 2MN.
Vậy F là một phép đồng dạng với tỉ số đồng dạng là 2.

Bài 8.9. Cho đường tròn (O), đường kính *AB* = 2*R*. *M* là một điểm bất kì trên (O). Dựng hình vuông *AMNP* có các đỉnh theo chiều dương. Tìm quỹ tích các điểm *N*.

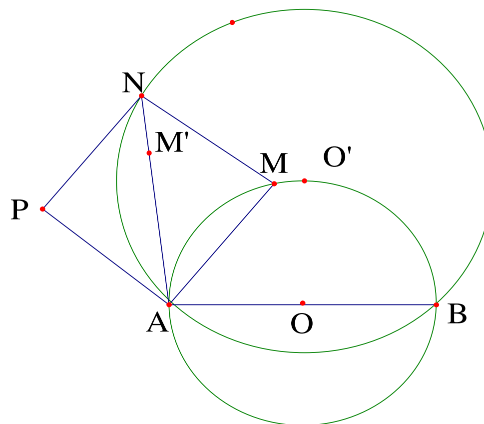
HD ✍ Giải

Ta có $AN = \sqrt{2}AM$ và góc (AM,AN) = 45^0
Phép quay $Q_{(A,45^0)} : M \to M'$ và phép vị tự $V_{(A,\sqrt{2})} : M' \to N$

Suy ra: $Z_{(A,\sqrt{2},45^0)} = V_{(A,\sqrt{2})} \circ Q_{(A,45^0)} : M \to N$

Vậy M thuộc đường tròn (O), đường kính AB =

2R nên N thuộc đường tròn (O') là ảnh của (O) qua phép đồng dạng $Z_{\left(A,\sqrt{2},45^0\right)}$ có tâm O' là trung điểm của cung AB và bán kính $R' = \sqrt{2}R$



Bài 8.10. Chứng tỏ rằng phép đồng dạng F biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C' thì trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC lần lượt thành trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác A'B'C'.

HD Giải

- Gọi D là trung điểm của BC thì phép đồng dạng F biến điểm D thành điểm D' của đoạn thẳng B'C'và vì thế trung tuyến AD của tam giác ABC biến thành trung tuyến A'D' của tam giác A'B'C'. Đối với hai trung tuyến còn lại cũng thế. Vì trọng tâm tam giác là giao điểm của các đường trung tuyến nên trọng tâm G của tam giác ABC biến thành trọng tâm G' của A'B'C'.
- Gọi Ah là đường cao của tam giác ABC $(H \in BC)$. Khi đó phép đồng dạng F biến đường thẳng AH thành đường thẳng A'H'. Vì $AH \perp BC$ nên $A'H' \perp B'C'$. Nói cách khác A'H' là đường cao của tam giác A'B'C'. Đối với hai đường cao còn lại ta cũng làm như thế. Vì trực tâm là giao điểm của các đường cao nên trực tâm của tam giác ABC thành trực tâm của tam giác A'B'C'.
- Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì OA = OB = OC nên nếu điểm O biến thành O' thì O'A' = O'B' = O'C' = kOA = kOB = kOC. Do đó O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác A'B'C'.

C. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài 8.12. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $(x – 1)^2 + (y – 2)^2 = 4$. Hãy viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số k = 2 và phép đối xứng trục Oy.

Bài 8.13. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường tròn tâm I(1; -3) bán kính 2. Viết phương trình ảnh của đường tròn tâm (I; 2) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiên liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số 3 và phép đối xứng qua trục Ox.

Bài 8.14. Cho tam giác ABC vuông tại A, AH là đường cao kẻ từ A. Tìm một phép đồng dạng biến tam giác HBA thành tam giác ABC.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

Bài 1. Cho lục giác đều ABCDEF tâm O. Tìm ảnh của tam giác AOF

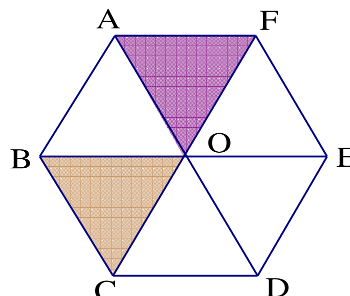
a) Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$

b) Qua phép đối xứng qua đường thẳng BE

c) Qua phép quay tâm O góc 120^0.

HD Giải

a) Phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$ biến tam giác AOF thành tam giác BCO
b) Phép đối xứng qua đường thẳng BE biến tam giác AOF thành tam giác DOC
c) Phép quay tâm O góc 120^0 biến tam giác AOF thành tam giác COB.



Bài 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm A(-1;2) và đường thẳng d: 3x + y + 1 = 0. Tìm ảnh của A và d

a) Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}(2;1)$

b) Qua phép đối xứng trục Oy

c) Qua phép đối xứng qua gốc toạ độ

d) Qua phép quay tâm O góc 90^0

HD Giải

Gọi A', d' lần lượt là ảnh của A và d qua các phép biến hình trên

a) A'(1; 3) và d': 3x + y – 6 = 0

b) A'(1; 2) và d': 3x – y – 1 = 0

c) A'(1; -2) và d': 3x + y – 1 = 0

d) A'(-2; -1) và d': x – 3y – 1 = 0.

Bài 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường tròn tâm I(3; -2) và bán kính R = 3

a) Viết phương trình của đường tròn đó.

b) Viết phương trình ảnh của đường tròn (I; 3) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}(-2;1)$.

c) Viết phương trình ảnh của đường tròn (I; 3) qua phép đối xứng trục Ox.

d) Viết phương trình ảnh của đường tròn (I; 3) qua phép đối xứng gốc toạ độ.

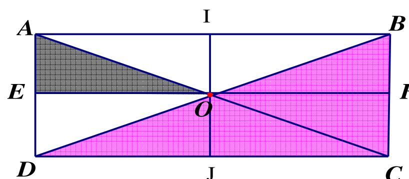
HD Giải

a) Phương trình đường tròn (C): $(x – 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$. Gọi (C') ảnh của đường tròn qua các phép biến hình trên.
b) $T_{\vec{v}}(C) \to (C')$ suy ra (C'): $(x – 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$.
c) $Đ_{Ox}$ (C) $\to$ (C'), suy ra (C'): $(x – 3)^2 + (y – 2)^2 = 9$.
d) $Đ_O$ (C) $\to$ (C'), suy ra (C'): $(x + 3)^2 + (y – 2)^2 = 9$.

Bài 4. Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi O là tâm đối xứng của nó. Gọi I, F, J, E lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Tìm ảnh của tam giác AEO qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua đường thẳng IJ và phép vị tự tâm B, tỉ số 2.

HD Giải

Phép đối xứng qua đường thẳng IJ biến tam giác AEO thành tam giác BFO. Phép vị tự tâm B tỉ số 2 biến tam giác BFO thành tam giác BCD. Vậy phép đồng dạng trên biến tam giác AEO thành tam giác BCD.



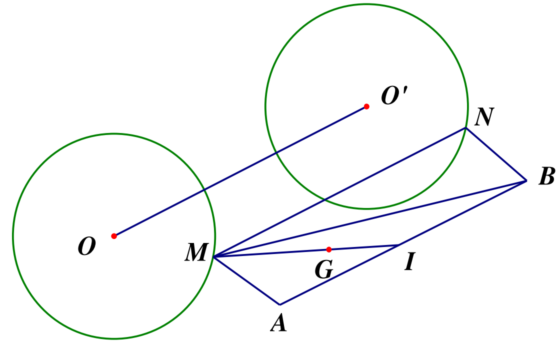
Bài 5. Cho hai điểm A, B và đường tròn tâm O không có điểm chung với đường thẳng AB. Qua mỗi điểm M chạy trên đường tròn (O) dựng hình bình hành MABN.
a) Chứng minh rằng điểm N thuộc một đường tròn xác định.
b) Tìm quỹ tích trọng G của tam giác ABM.

HD Giải

a) Vì $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$ không đổi, nên có thể xem N là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$. Do đó khi M chạy trên đường tròn (O) thì N chạy trên đường tròn (O') là ảnh của (O) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$.

b) Gọi I là trung điểm của AB và G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IM}$

Vậy $V\left(I, \frac{1}{3}\right)$ biến điểm M thành điểm G. Từ đó suy ra quỹ tích điểm G là đường tròn ảnh của (O; R) qua phép vị tự $V\left(I, \frac{1}{3}\right)$.

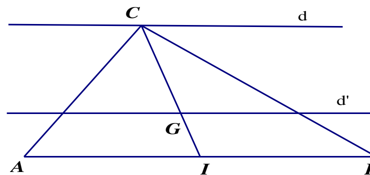


Bài 6. Cho hai điểm phân biệt A, B và đường thẳng d song song với đường thẳng AB. Điểm C chạy trên đường thẳng d. Tìm tập hợp các trọng tâm của tam giác ABC.

HD Giải

Gọi I là trung điểm của AB, khi đó I cố định và trọng tâm G của tam giác ABC thuộc đường thẳng CI sao cho $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$. Do đó G là ảnh của C qua $V\left(I, \frac{1}{3}\right)$

Vậy khi C chạy trên đường thẳng d thì G chạy trên đường thẳng d' là ảnh của d qua phép $V\left(I, \frac{1}{3}\right)$



Bài 7. Cho đường tròn (O) và điểm I không nằm trên đường tròn đó. Với mỗi điểm A thay đổi trên đường tròn, dựng hình vuông ABCD có tâm I.
a) Tìm quỹ tích điểm C
b) Tìm quỹ tích mỗi điểm B và D
c) Khi điểm I trùng với O, có nhận xét gi về ba quỹ tích trên ?

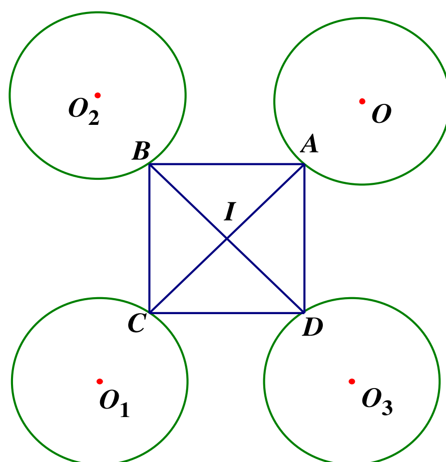
HD Giải

a) Phép đối xứng tâm $Đ_I$ biến điểm A thành điểm C. Vậy quỹ tích điểm C là đường tròn (O_1) là ảnh của đường tròn (O) qua phép đối xứng đó.

b) Phép quay Q tâm I góc quay $\frac{\pi}{2}$ biến điểm A thành điểm B và phép quay Q' tâm I góc quay $-\frac{\pi}{2}$ biến điểm A thành điểm D.

Suy ra quỹ tích B và D lần lượt là đường tròn (O_2), (O_3) là ảnh của đường tròn (O) qua phép quay Q và Q'.

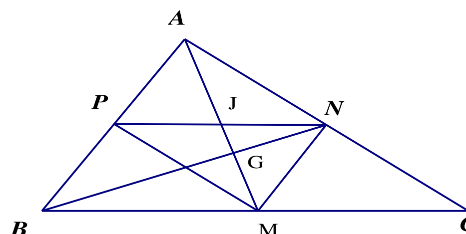
c) Khi I trùng với O thì O_1, O_2, O_3 cũng trùng với O nên ba quỹ tích nói trên đều là đường tròn (O).



Bài 8. Cho tam giác ABC và các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA và AB.
a) Xét bốn tam giác APN, PBM, NMC, MNP. Tìm một phép dời hình biến tam giác APN lần lượt thành ba tam giác còn lại.
b) Phép vị tự nào biến tam giác ABC thành tam giác MNP ?

HD ✍Giải

a) Phép tịnh tiến theo $T_{\overrightarrow{AP}}$ biến tam giác APN thành tam giác PBM.
Phép tịnh tiến theo $T_{\overrightarrow{AN}}$ biến tam giác APN thành tam giác NMC.
Gọi J là trung điểm của PN. Phép đối xứng tâm $Đ_J$ biến tam giác APN thành tam giác MNP
b) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC
Ta có $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$ và $\overrightarrow{GP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$. Vậy phép vị tự tâm G, tỉ số k $= -\frac{1}{2}$ biến tam giác ABC thành tam giác MNP.



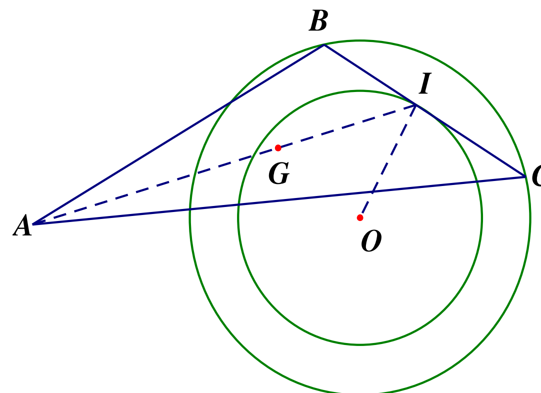
Bài 9. Cho đường (O; R) và điểm A cố định. Một dây cung BC thay đổi của (O; R) có độ dài không đổi BC = m. Tìm quỹ tích điểm G sao cho $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

HD ✍Giải

Gọi I là trung điểm của BC. ta có
$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$, tức là phép vị tự tâm A tỉ số $\frac{2}{3}$ biến điểm I thành điểm G.
Trong tam giác OIB, ta có

$$OI = \sqrt{OB^2 - IB^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{m}{2}\right)^2} = R'$$

Nên quỹ tích điểm I là đường tròn (O; R') hoặc là O (nếu lấy m = 2R). Do đó quỹ tích điểm G là ảnh của điểm I qua phép vị tự đó.



Bài 10. Cho đường thẳng *d* và điểm *G* không nằm trên *d*. Với hai điểm *A*, *B* thay đổi trên *d*, ta lấy điểm *C*

sao cho *G* là trọng tâm tam giác *ABC*. Tìm quỹ tích điểm *C*.

HD Giải

Gọi M là trung điểm của AB thì phép vị tự V tâm G tỉ số k = - 2 biến điểm M thành điểm C. Vì M di chuyển trên d nên quỹ tích của C là ảnh của d qua phép vị tự V.

BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài 11. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm A(1;1), B(0;3), C(2;4). Xác định ảnh của tam giác ABC qua các phép biến hình sau:

a) Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (2;1)$
b) Phép quay tâm O góc 90^0
c) Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số k = - 2 và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1;2)$.
d) .

Bài 12. Cho hình vuông ABCD, tâm O. Vẽ hình vuông AOBE.

a) Tìm ảnh của hình vuông AOBE qua phép quay tâm A, góc (AO,AD)
b) Tìm phép biến hình biến hình vuông AOBE thành hình vuông ADCB

Bài 13. Trong mặt phẳng Oxy. Cho $\vec{v} = (2;-1)$, đường thẳng (d): 2x -3y + 3 = 0 và (d_1): 2x – 3y – 5 = 0.

a) Viết phương trình của đường thẳng (d') là ảnh của (d) qua $T_{\vec{v}}$.
b) Tìm toạ độ của vectơ $\vec{w}$ có giá vuông góc với đường thẳng (d) để (d_1) là ảnh của (d) qua $T_{\vec{w}}$.

Bài 14. Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Lấy một điểm M trên đường tròn. Gọi M' là ảnh của M qua phép tâm O góc quay 30^0 và M" là ảnh của M'qua phép đối xứng qua đường thẳng OM. Chứng minh rằng OM'M" là tam giác đều.

Bài 15. Cho hình vuông ABCD tâm O. M, N lần lượt là trung điểm của AB và AO. Tìm ảnh của tam giác AMN qua phép quay tâm O góc quay 90^0.

Bài 16. Trong mp Oxy cho đường thẳng d: x + y – 2 = 0. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm I(-1; -1) tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc -45^0.

Bài 17. Trong mp Oxy, cho đường tròn (C): $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$. Hãy viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách phép vị tự tâm O tỉ số k = -2 và phép $T_{\vec{v}}$ với $\vec{v} = (2;-1)$.

Bài 18. Trong mp Oxy, cho điểm I(1; 1) và đường tròn tâm I bán kính 2. Viết phương trình của đường tròn là ảnh của đường tròn trên qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc 45^0 và phép vị tự tâm O tỉ số $k = \sqrt{2}$.

Bài 19. Cho hình bình hành ABCD tâm O với B, D là 2 điểm cố định, điểm A di động trên đường thẳng vuông góc với BC. Tìm quĩ tích điểm C.

CHƯƠNG I. PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẲNG
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong các hình dưới đây, hình nào có vô số tâm đối xứng ?
A. Đường elip. **B.** Hình lục giác đều.
C. Hai đường thẳng song song. **D.** Hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 2: Cho hai đường thẳng song song d và d'. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d thành d'?
A. Vô số. **B.** Một. **C.** Không có. **D.** Hai.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $2x-y-3=0$. Viết phương trình (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2+y^2-10x-4y+27=0$ qua phép phép đối xứng trục d.
A. $(x+1)^2+(y+4)^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-4)^2=2$.
C. $(x-5)^2+(y-2)^2=16$. **D.** $(x-2)^2+(y-3)^2=4$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{v}=(2;1)$ và điểm $M(4;5)$. Trong các điểm dưới đây, M là ảnh của điểm nào dưới đây qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.
A. $M_4(3;3)$. **B.** $M_3(2;6)$. **C.** $M_1(2;4)$. **D.** $M_2(6;6)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $I(1;1)$ và đường tròn tâm I bán kính 2. Viết phương trình của đường tròn là ảnh của đường tròn trên qua phép đồng dạng có được bằng cách thực họên liên tiếp phép quay tâm O, góc 45^0 và phép vị tự tâm O, tỉ số $\sqrt{2}$.
A. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2=8$.
C. $(x-2)^2+y^2=8$. **D.** $x^2+(y-2)^2=8$.

Câu 6: Hình gồm hai đường tròn có tâm và bán kính khác nhau có bao nhiêu trục đối xứng ?
A. Một. **B.** Vô số. **C.** Hai. **D.** Không có.

Câu 7: Cho hình chữ nhật có O là tâm đối xứng. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc $\alpha, 0 \le \alpha \le 2\pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó ?
A. Không có. **B.** Bốn. **C.** Hai. **D.** Ba.

Câu 8: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $M(x;y)$. Tìm tọa độ ảnh của M qua phép đối xứng trục Ox.
A. $(x;-y)$. **B.** $(y;-x)$. **C.** $(-x;y)$. **D.** $(-y;-x)$.

Câu 9: Trong các hình dưới đây, hình nào không có tâm đối xứng ?
A. Hình gồm một đường tròn và một tam giác đều nội tiếp.
B. Hình lục giác đều.
C. Hình gồm một hình vuông và đường tròn nội tiếp.
D. Hình gồm một đường tròn và một hình chữ nhật nội tiếp.

Câu 10: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?
A. Phép đối xứng tâm có đúng một điểm biến thành chính nó.
B. Phép đối xứng tâm có hai điểm biến thành chính nó.
C. Phép đối xứng tâm không có điểm nào biến thành chính nó.
D. Phép đối xứng tâm có vô số điểm biến thành chính nó.

Câu 11: Hình gồm hai đường tròn phân biệt có cùng bán kính có bao nhiêu tâm đối xứng ?
A. Vô số. **B.** Không có. **C.** Một. **D.** Hai.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(2;3)$. Trong các điểm dưới đây, M là ảnh của điểm nào dưới đây qua phép đối xứng trục Oy.
A. $M_4(-2;3)$. **B.** $M_3(3;-2)$. **C.** $M_2(3;2)$. **D.** $M_4(2;-3)$.

Câu 13: Mệnh đề nào dưới đây sai ?
A. Hai hình chữ nhật bất kì luôn đồng dạng. **B.** Hai đường tròn bất kì luôn đồng dạng.
C. Hai đường thẳng bất kì luôn đồng dạng. **D.** Hai hình vuông bất kì luôn đồng dạng.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(1;5)$ và đường thẳng d có phương trình $x-2y+4=0$. Tìm tọa độ ảnh của M qua phép đối xứng trục d.
A. $(2;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(3;2)$. **D.** $(3;1)$.

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x=2$. Trong bốn đường thẳng cho bởi các phương trình sau đường thẳng nào là ảnh của Δ qua phép đối xứng tâm O ?
A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Câu 16: Hình vuông có mấy trục đối xứng ?
A. 2. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 4.

Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(-2;4)$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm dưới đây ?
A. $H(-8;4)$. **B.** $I(4;-8)$. **C.** $H(4;8)$. **D.** $J(-4;-8)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $x+y-2=0$. Viế phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(-1;-1)$ tỉ số $k=\frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc 45^0.
A. $x+2y-1=0$. **B.** $y=0$. **C.** $x+y=0$. **D.** $x=0$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{v}=(1;2)$ và điểm $M(2;5)$. Trong các điểm dưới đây, điểm nào là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

A. $M_3(1;6)$. **B.** $M_2(4;7)$. **C.** $M_4(3;1)$. **D.** $M_1(3;7)$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(2;3)$. Trong các điểm dưới đây, điểm nào là ảnh của điểm M qua phép đối xứng qua đường thẳng $x-y=0$.
A. $P(2;-3)$. **B.** $Q(3;-2)$. **C.** $K(-2;3)$. **D.** $N(3;2)$.

Câu 21: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $M(x;y)$. Tìm tọa độ ảnh của M qua phép đối xứng trục Oy.
A. $(y;x)$. **B.** $(-x;-y)$. **C.** $(-x;y)$. **D.** $(y;-x)$.

Câu 22: Mệnh đề nào dưới đây sai?
A. Phép dời hình là một phép đồng dạng. **B.** Phép đồng dạng là một phép dời hình.
C. Phép vị tự là một phép đồng dạng. **D.** Có phép vị tự không phải là phép dời hình.

Câu 23: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 3x-2y-1=0$. Tìm ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng tâm O.
A. $d_3: 3x+2y-1=0$. **B.** $d_1: 3x-2y+1=0$. **C.** $d_4: 3x+2y+1=0$. **D.** $d_2: 3x-2y-1=0$.

Câu 24: Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc $\alpha \neq k2\pi, k$ là một số nguyên ?
A. Một. **B.** Vô số. **C.** Không có. **D.** Hai.

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $x=2\sqrt{2}$. Hãy viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k=\frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc quay 45^0.
A. $x+y+2=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $x+y-2=0$. **D.** $x+2y-3=0$.

Câu 26: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?
A. Đường tròn là hình có vô số trục đối xứng.

B. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình gồm hai đường thẳng vuông góc.
C. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là đường tròn.
D. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình gồm những đường tròn đồng tâm.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x-y+4=0$. Hỏi trong bốn đường thẳng cho bởi các phương trình sau đường thẳng nào có thể biến thành Δ qua một phép đối xứng tâm ?
A. $2x+2y-3=0$. **B.** $2x+y-4=0$. **C.** $x+y-1=0$. **D.** $2x-2y+1=0$.

Câu 28: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(2;5)$. Trong các điểm dưới đây, điểm nào là ảnh của điểm M qua phép đối xứng trục Ox.
A. $M_3(-2;3)$. **B.** $M_4(3;-2)$. **C.** $M_2(2;-5)$. **D.** $M_1(3;2)$.

Câu 29: Cho tam giác đều tâm *O*. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm *O* góc $\alpha, 0 \le \alpha \le 2\pi$, biến tam giác trên thành chính nó ?
A. Hai. **B.** Bốn. **C.** Ba. **D.** Một.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=4$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ biến (*C*) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình dưới đây ?
A. $(x+2)^2+(y+4)^2=16$. **B.** $(x-4)^2+(y-2)^2=16$.
C. $(x+2)^2+(y-4)^2=16$. **D.** $(x-4)^2+(y-2)^2=4$.

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $d: x+y-2=0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm *O* và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(3;2)$ biến *d* thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình dưới đây ?
A. $3x+3y-2=0$. **B.** $x+y-3=0$. **C.** $x+y+2=0$. **D.** $x-y+2=0$.

Câu 32: Mệnh đề nào dưới đây sai ?
A. Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
B. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
C. Phép đối xứng trục biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
D. Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Câu 33: Phép dời hình nào dưới đây không có tính chất "Biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó ?
A. Phép tịnh tiến. **B.** Phép đối xứng trục. **C.** Phép đối xứng tâm. **D.** Phép vị tự.

Câu 34: Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường tròn cho trước thành chính nó ?
A. Vô số. **B.** Một. **C.** Hai. **D.** Không có.

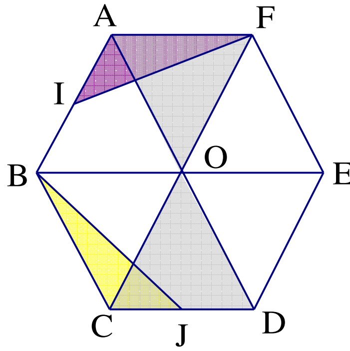
Câu 35: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?
A. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng trục.
B. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.
C. Thực hiện liên tiếp phép quay và phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.
D. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua tâm và phép đối xứng qua trục sẽ được một phép đối xứng qua tâm.

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $d: 2x+y-3=0$. Hỏi phép vị tự tâm *O* tỉ số $k=2$ biến *d* thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình dưới đây ?
A. $2x+y-3=0$. **B.** $4x+2y-5=0$. **C.** $2x+y-6=0$. **D.** $4x-y-3=0$.

Câu 37: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $d: x+y-2=0$. Hỏi phép vị tự tâm *O* tỉ số $k=-2$ biến *d* thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình dưới đây ?
A. $x+y+4=0$. **B.** $2x+2y=0$. **C.** $x+y-4=0$. **D.** $x+y-4=0$.

Câu 38: Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d'. Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến *d* thành d'?
A. Một. **B.** Hai. **C.** Vô số. **D.** Không có.

Câu 39: Cho lục giác đều *ABCDEF* tâm *O*, gọi *I, J* lần lượt là trung điểm của *AB* và *CD* có hình vẽ bên. Tìm một phép dời hình biến tam giác *AIF* thành tam giác *CJB*.



A. Phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AC}$.

B. Phép quay tâm B góc 120^0.

C. Phép quay tâm O góc 120^0.

D. Phép đối xứng qua trục BO.

Câu 40: Trong các phép biến hình sau, phép nào không phải là phép dời hình ?

A. Phép đối xứng trục. **B.** Phép đồng nhất.
C. Phép vị tự tỉ số -1. **D.** Phép chiếu vuông góc lên một đường thẳng.

Câu 41: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x-2)^2+(y-2)^2=4$. Hỏi phép đồng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k=\frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc 90^0 biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình dưới đây ?

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$. **B.** $(x-2)^2+(y-2)^2=4$.
C. $(x+2)^2+(y-1)^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2=1$.

Câu 42: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $\vec{v}=(-2;3)$ và đường thẳng d có phương trình $3x-5y+3=0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

A. $3x-5y+24=0$. **B.** $3x-5y+16=0$. **C.** $x+y+2=0$. **D.** $3x+5y-24=0$.

Câu 43: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O. Xét phép quay Q có tâm quay O góc quay φ. Với giá trị nào dưới đây của φ, phép quay Q biến hình vuông $ABCD$ thành chính nó ?

A. $\varphi=\frac{\pi}{6}$. **B.** $\varphi=\frac{\pi}{3}$. **C.** $\varphi=\frac{\pi}{4}$. **D.** $\varphi=\frac{\pi}{2}$.

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(2;4)$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k=\frac{1}{2}$ và phép đối xứng qua trục Oy biến điểm M thành điểm nào trong các điểm dưới đây ?

A. $N(1;2)$. **B.** $M(-1;2)$. **C.** $P(-2;4)$. **D.** $Q(1;-2)$.

Câu 45: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $2x-y-3=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của $\Delta: x-3y+11=0$ qua phép đối xứng trục d.

A. $3x-y-7=0$. **B.** $3x+y-17=0$. **C.** $3x+y+17=0$. **D.** $3x+2y-15=0$.

Câu 46: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(1;1)$. Trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O, góc 45^0 ?

A. $Q(1;0)$. **B.** $N(0;\sqrt{2})$. **C.** $K(-1;1)$. **D.** $P(\sqrt{2};0)$.

Câu 47: Cho tam giác hình tâm O. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc $\alpha, 0\le\alpha\le 2\pi$, biến hình vuông trên thành chính nó ?

A. Bốn. **B.** Hai. **C.** Ba. **D.** Một.

Câu 48: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A. Có một phép tịnh tiến biến mọi điểm thành chính nó.

B. Có một phép vị tự biến mọi điểm thành chính nó.
C. Có một phép đối xứng trục biến mọi điểm thành chính nó.
D. Có một phép quay biến mọi điểm thành chính nó.

Câu 49: Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(-3;2), B(-4;5)$ và $C(-1;3)$. Gọi tam giác $A'B'C'$ là ảnh của tam giác ABC qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc 90^0 và phép đối xứng qua trục Ox. Tìm toạ độ các đỉnh của tam giác $A'B'C'$.
A. $A'(2;-3), B'(5;-4), C'(3;-1)$. **B.** $A'(2;-3), B'(4;5), C'(-1;3)$.
C. $A'(-2;3), B'(5;4), C'(3;-1)$. **D.** $A'(2;3), B'(5;4), C'(-3;1)$.

Câu 50: Trong các hình dưới đây, hình nào có bốn trục đối xứng ?
A. Hình vuông. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình thoi.

Câu 51: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $d: 2x - y = 0$. Hỏi phép đồng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng qua trục Oy biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình dưới đây ?
A. $2x + y - 2 = 0$. **B.** $2x - y = 0$. **C.** $4x - y = 0$. **D.** $2x + y = 0$.

Câu 52: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(1;1)$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2;3)$ biến M thành điểm nào trong các điểm dưới đây ?
A. $P(2;0)$. **B.** $H(4;4)$. **C.** $K(1;3)$. **D.** $Q(0;2)$.

Câu 53: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 3x - 2y + 1 = 0$. Tìm ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục Ox.
A. $d_2: 3x + 2y - 1 = 0$. **B.** $d_4: 3x - 2y - 1 = 0$. **C.** $d_3: -3x + 2y - 1 = 0$. **D.** $d_1: 3x + 2y + 1 = 0$.

Câu 54: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{v} = (2;-1)$ và điểm $M(-3;2)$. Trong các điểm dưới đây, điểm nào là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.
A. $M_1(-1;1)$. **B.** $M_2(5;3)$. **C.** $M_3(1;1)$. **D.** $M_4(1;-1)$.

Câu 55: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 2x - y + 1 = 0$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{v}$ để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến d thành chính nó.
A. $\vec{v} = (2;1)$. **B.** $\vec{v} = (2;-1)$. **C.** $\vec{v} = (1;2)$. **D.** $\vec{v} = (-1;2)$.

Câu 56: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Hãy viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng trục Ox.
A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$. **B.** $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 16$.
C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$. **D.** $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Câu 57: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $I(1;2)$ và $M(2;3)$. Trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép đối xứng tâm I ?
A. $P(5;-4)$. **B.** $J(-1;3)$. **C.** $H(0;1)$. **D.** $K(2;1)$.

Câu 58: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O. Tìm ảnh của đường thẳng BC qua phép quay tâm O góc 90^0.
A. CD. **B.** AC. **C.** BA. **D.** AD.

Câu 59: Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một hình vuông thành chính nó ?
A. Bốn. **B.** Một. **C.** Hai. **D.** Vô số.

Câu 60: Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường thẳng cho trước thành chính nó ?
A. Không có. **B.** Vô số. **C.** Chỉ có hai. **D.** Chỉ có một.

Câu 61: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-2x+4y-4=0$. Tìm ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(-2;3)$.

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=9$.
B. $(x+1)^2+(y-1)^2=9$.
C. $(x-1)^2+(y-1)^2=9$.
D. $(x+2)^2+(y-1)^2=9$.

Câu 62: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=4$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(2;3)$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình dưới đây ?

A. $(x-2)^2+(y-3)^2=4$.
B. $(x-2)^2+(y-6)^2=4$.
C. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$.
D. $x^2+y^2=4$.

ĐÁP ÁN
CHƯƠNG I. PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẲNG

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62
A		
B		
C		
D		

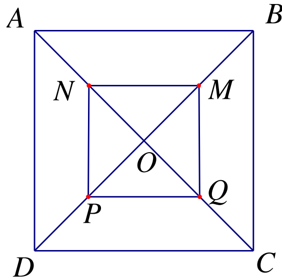
ĐỀ ÔN KIỂM TRA 15 PHÚT

ĐỀ 1

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 2x-3y+5=0$. Tìm ảnh của đường thẳng d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$.

A. $2x-3y-10=0$. **B.** $2x-3y+10=0$. **C.** $3x-2y-11=0$. **D.** $2x-3y-7=0$.

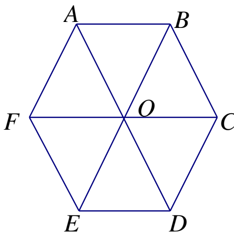
Câu 2: Trong hình vuông $ABCD$ tâm O. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của BO,AO,OD và OC như hình vẽ bên. Tìm ảnh của tứ giác $ABMN$ qua phép đối xứng tâm O.



A. Tứ giác $NMQP$. **B.** Tứ giác $CAQP$.

C. Tứ giác $CDPQ$. **D.** Tứ giác $CDNM$.

Câu 3: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình vẽ bên. Tìm ảnh của tam giác AFO qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{ED}$.



A. ΔBED. **B.** ΔBOC.

C. ΔOCD. **D.** ΔFED.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(4;-2)$ và $I(1;1)$. Biết $V_{(I,-1)}: N \mapsto M$. Tìm tọa độ điểm N.

A. $N(2;-3)$. **B.** $N(2;-4)$. **C.** $N(-4;2)$. **D.** $N(-1;-1)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $H(4;2)$ và đường thẳng d có phương trình $x+2y-3=0$. Biết $Đ_d: H \mapsto K$, tìm tọa độ điểm K.

A. $K(2;-2)$. **B.** $K(2;4)$. **C.** $K(0;2)$. **D.** $K(2;0)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(1;3), B(4;-2)$ và $C(1;5)$. Biết $T_{\overrightarrow{AB}}: D \mapsto C$, tìm tọa độ điểm D.

A. $D(3;-5)$. **B.** $D(-2;0)$. **C.** $D(-2;10)$. **D.** $D(2;3)$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2+4x-6y+4=0$. Tìm ảnh (C') của đường tròn (C) qua phép quay tâm O, góc quay -90^0.

A. $(C'): x^2+y^2-6x-4y+4=0$. **B.** $(C'): x^2+y^2+6x+4y-4=0$.

C. $(C'): (x-3)^2+(y-2)^2=3$. **D.** $(C'): (x+3)^2+(y+2)^2=9$.

Câu 8: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A. Phép đối xứng trục biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
B. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
C. Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
D. Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Câu 9: Hình gồm hai đường tròn phân biệt có cùng bán kính có bao nhiêu tâm đối xứng ?

A. Vô số. **B.** Hai. **C.** Không có. **D.** Một.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(2;3)$ và đường tròn (C) có tâm $I(2;-2)$, bán kính $R=\sqrt{5}$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AO}$.

A. $x^2+(y+5)^2=5$. **B.** $x^2+(y+5)^2=25$.

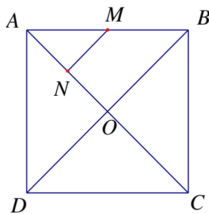
C. $(x+2)^2+(y+3)^2=5$. **D.** $(x+5)^2+y^2=5$.

ĐỀ 2

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(5;4), B(-2;3)$. Tìm ảnh của đường thẳng AB qua phép vị tự tâm O tỉ số $k=-1$.

A. $x-7y-23=0$. **B.** $x-y+1=0$. **C.** $x-7y+23=0$. **D.** $7x+y-23=0$.

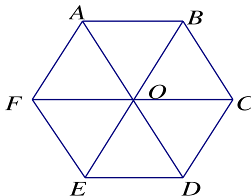
Câu 2: Trong hình vuông $ABCD$ tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và AO như hình vẽ bên. Tìm ảnh của tam giác AMN qua phép vị tự tâm A tỉ số $k=2$.



A. ΔOBC. **B.** ΔABC.

C. ΔABO. **D.** ΔAMN.

Câu 3: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình vẽ bên. Tìm ảnh của tam giác ABC qua $Q_{(O,120^0)}$.



A. ΔDEF. **B.** ΔEFA.

C. ΔCDE. **D.** ΔFAB.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $H(2;-3)$ và $I(4;1)$. Biết $V_{(I,-2)}: K \mapsto H$. Tìm tọa độ điểm K.

A. $K\left(-1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $K(7;-3)$. **C.** $K(-4;6)$. **D.** $K(5;3)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(3;4)$ và đường thẳng d có phương trình $2x-y+3=0$. Biết $Đ_d: M \mapsto N$, tìm tọa độ điểm N.

A. $N(3;-4)$. **B.** $N(-2;3)$. **C.** $N(7;2)$. **D.** $N(-1;6)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 3x+2y-5=0$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{v}$ để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến d thành chính nó.

A. $\vec{v}=(3;2)$. **B.** $\vec{v}=(1;2)$. **C.** $\vec{v}=(2;-3)$. **D.** $\vec{v}=(2;3)$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2+4x-2y-4=0$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O, góc quay 90^0.

A. $(C'): x^2+y^2-2x-4y-9=0$. **B.** $(C'): x^2+y^2+2x+4y-4=0$.

C. $(C'): (x+1)^2+(y+2)^2=3$. **D.** $(C'): (x-1)^2+(y-2)^2=9$.

Câu 8: Mệnh đề nào dưới đây sai ?
A. Phép vị tự tâm *O*, tỉ số k biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
B. Phép quay tâm *O*, góc quay $\alpha = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ chính là phép đối xứng tâm *O*.
C. Phép vị tự tâm *O*, tỉ số $k = -1$ chính là phép đối xứng tâm *O*.
D. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

Câu 9: Phép dời hình nào dưới đây không có tính chất "Biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó" ?
A. Phép đối xứng trục. **B.** Phép đối xứng tâm. **C.** Phép tịnh tiến. **D.** Phép vị tự.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $M(2;3), N(4;1)$ và đường tròn (*C*) có tâm $I(-2;1)$, bán kính $R = 4$. Tìm ảnh của đường tròn (*C*) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{MN}$.
A. $x^2 + (y+1)^2 = 16.$ **B.** $(x+1)^2 + y^2 = 16.$
C. $x^2 + y^2 = 16.$ **D.** $x^2 + (y-1)^2 = 4.$

ĐỀ 3

Câu 1: Trong mặt phẳng *Oxy*, cho điểm $A(2;-3), I(2;5)$. Tìm điểm *B* là ảnh của điểm *A* qua phép $Đ_I$.
A. $B(0;8)$. **B.** $B(2;1)$. **C.** $B(4;2)$. **D.** $B(2;13)$.

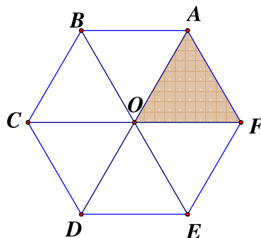
Câu 2: Trong *Oxy*, cho $M(2;3)$ và $M'(-1;0)$. Điểm M' là ảnh của điểm *M* qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ nào sau đây?
A. $\vec{v} = (1;3)$. **B.** $\vec{v} = (3;3)$. **C.** $\vec{v} = (-3;-3)$. **D.** $\vec{v} = (3;-3)$.

Câu 3: Tính chất nào sau đây **không phải** là tính chất của phép dời hình?
A. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự của ba điểm đó.
B. Biến đường tròn thành đường tròn bằng nó.
C. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
D. Biến tam giác thành tam giác có diện tích bằng nó.

Câu 4: Cho $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $V_{(A;2)}(B) = C$. **B.** $V_{(A;-2)}(B) = C$. **C.** $V_{(A;2)}(C) = B$. **D.** $V_{(A;-2)}(C) = B$.

Câu 5: Khẳng định nào ***sai***?
A. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
B. Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
C. Phép quay biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
D. Nếu M' là ảnh của *M* qua phép quay $Q_{(O,\alpha)}$ thì $(OM', OM) = \alpha$.

Câu 6: Cho lục giác đều *ABCDEF* tâm *O*. Ảnh của tam giác *AOF* qua phép $T_{\overrightarrow{AB}}$ là gì?



A. Tam giác *DEO*. **B.** Tam giác *CDO*.
C. Tam giác *ABO*. **D.** Tam giác *BCO*.

Câu 7: Trong mặt phẳng O*xy*, cho điểm $M(-2;4)$. Hỏi phép vị tự tâm *O* tỉ số $k = -2$ biến điểm *M* thành điểm nào trong các điểm sau?

A. $N(4;-8)$. **B.** $P(-8;-8)$. **C.** $K(4;8)$. **D.** $Q(-8;4)$.

Câu 8: Cho đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$. Tìm phương trình ảnh của *d* qua phép đối xứng tâm *O*.

A. $2x - y - 3 = 0$. ***B.*** $x - 2y + 3 = 0$. ***C.*** $x + 2y + 3 = 0$. ***D.*** $x - 2y - 3 = 0$.

Câu 9: Trong mặt phẳng *Oxy*, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0$. Tìm phương trình ảnh của đường tròn (*C*) qua phép vị tự $V_{(O;-3)}$.

A. $(x+9)^2 + y^2 = 72$. **B.** $(x-9)^2 + y^2 = 72$.

C. $(x+9)^2 + \left(y+\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{333}{4}$. **D.** $(x+9)^2 + \left(y+\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{37}{4}$.

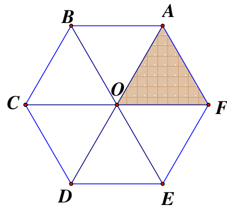
Câu 10: Cho $\vec{v} = (-2;3)$ và đường thẳng $(d): 3x - 5y + 3 = 0$. Viết phương trình ảnh của d qua phép biến hình có được bằng có thực hiên liên tiếp 2 phép: phép $T_{\vec{v}}$ và phép đối xứng tâm *O*.

A. $3x - 5y + 24 = 0$. **B.** $3x - 5y - 24 = 0$.

C. $3x - 5y - 24 = 0$. **D.** $3x - 5y + 6 = 0$.

ĐỀ 4

Câu 1: Cho lục giác đều *ABCDEF* tâm *O*. Tìm ảnh của tam giác *AOF* qua phép $Q_{(O,120^o)}$?



A. Tam giác *AOB*. **B.** Tam giác *EOD*.

C. Tam giác *CBO*. **D.** Tam giác *DOC*.

Câu 2: Trong các phép biến hình sau, phép nào **không phải** là phép dời hình?

A. Phép đối xứng trục. **B.** Phép đồng nhất.

C. Phép chiếu vuông góc lên một đường thẳng. **D.** Phép vị tự tỉ số -1.

Câu 3: Cho $A(3;2)$, $I(-2;3)$. Ảnh của điểm *A* qua phép $V_{(I,3)}$ là điểm nào sau đây?

A. $(13;-2)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(13;0)$. **D.** $(2;-13)$.

Câu 4: Cho đường thẳng $d: 3x - 5y + 3 = 0$. Phép đối xứng trục *Oy* biến *d* thành đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $3x - 5y - 3 = 0$. **B.** $3x + 5y + 3 = 0$. **C.** $3x + 5y - 3 = 0$. **D.** $5x - 3y + 3 = 0$.

Câu 5: Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn đồng tâm.

B. Phép tịnh tiến là một phép dời hình.

C. Phép biến hình là phép dời hình.

D. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó.

Câu 6: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$. Tìm phương trình là ảnh của đường tròn (*C*) qua phép đối xứng trục *Ox*.

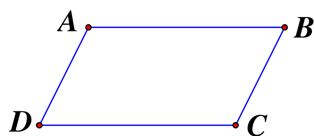
A. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 3 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$.

Câu 7: Cho $M(-1;4)$, $N(3;2)$, biết rằng phép đối xứng tâm *I* biến *N* thành *M*. Tìm tọa độ tâm *I*?

A. $(1;3)$. **B.** $(2;6)$. **C.** $(4;-2)$. **D.** $(-4;2)$.

Câu 8: Cho hình bình hành *ABCD*. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. $B = T_{\overrightarrow{AD}}(C)$. **B.** $B = T_{\overrightarrow{DA}}(C)$.

C. $B = T_{\overrightarrow{CD}}(A)$. **D.** $B = T_{\overrightarrow{AB}}(C)$.

Câu 9: Cho điểm $M(-1;3)$. Tìm điểm *N* là ảnh của điểm *M* qua phép $Q_{(O,-90^o)}$.

A. $N(-3;-1)$. **B.** $N(1;3)$. **C.** $N(-1;-3)$. **D.** $N(3;1)$.

Câu 10: Cho đường tròn $(C):(x-2)^2+(y-2)^2=4$. Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm *O*, tỉ số $k=\frac{1}{2}$ và phép $Q_{(O,90^o)}$ biến (*C*) thành đường tròn nào sau đây?

A. $(x+2)^2+(y-1)^2=1$. **B.** $(x-2)^2+(y-2)^2=1$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.